Peter von der Lippe

Einführung in die Armutsmessung

Axiomatik von Armuts- und Disparitätsmaßen

Einleitung und Aufbau des Textes

1. Armutsgrenze (Identifikation der Armut)
a) Armut und Einkommen
b) Verwendung anderer Indikatoren der Armut

2. Einfache Armutsmaße und Disparität
a) Head count ratio (H) und income gap (I)
b) Armut und Disparität, zwei Klassen (Arme und Reiche)
c) Armut, Reichtum und Ungleichheit

3. Axiome für Konzentrations- und Disparitätsmaße
a) Die Axiome und ihre Interpretation
b) Begründung der Axiome aus der Aufgabe Verteilungen in eine Rangordnung zu bringen
c) Kritik an der Invarianz gegenüber proportionalen Transformationen bei Disparitätsmaßen

4. Indirekte Armutsdefinition durch Axiome für Armutsmaße

5. Wohlfahrtstheoretische Fundierung der Disparitäts- und Armutsmessung

6. Sollte Gleichheit die Untergrenze von Disparitäts und Armutsmaßen sein?

7. Additiv zerlegbare Maße
a) Der Vorteil zerlegbarer Disparitätsmaße
b) Was heißt additive Zerlegbarkeit?

Einleitung und Aufbau des Textes[1]

Im Folgenden sollen kurz einige elementare statistisch-methodische Betrachtungen zur Messung der "Armut" eingeführt werden, wobei der Fokus vor allem auf Beziehungen zwischen Armut und Disparität und auf die "axiomatische" Herangehensweise an ein Messproblem gelegt wird. Wir beschränken uns im Folgenden auf Einkommensarmut und vertreten vor allem die These, dass das Konzept "Armut" (anders als Disparität) nicht klar durch Axiome definiert ist und schwer abzugrenzen ist von anderen Konzepten zur Beschreibung von Einkommensverteilungen, wie Schiefe,[2] Streuung oder Disparität.

Es ist nützlich, die *"Identifikation" von Armut* und die Konstruktion von Armutsmaßen zu unterscheiden und als zwei selbständige Probleme zu begreifen. Das erste Problem betrifft die Frage, wer als "arm und wer als "nicht arm" (man vermeidet in diesem Zusammenhang den Begriff "reich") gilt. Das wird meist mit der Festlegung einer Armutslinie entschieden. *Armutsmaße* sollen es dagegen erlauben, Länder hinsichtlich des Ausmaßes der in ihnen herr-

---

[1] Bearbeitung Dez. 2010, große Teil des Textes wurden jedoch schon im Nov. 1997 geschrieben.

[2] Positive Schiefe (eine linkssteile [= rechtsschiefe] Verteilung), also viele Arme und wenige Reiche ist ohne Zweifel ein in diesem Zusammenhang interessierendes Konzept und Ausdruck der "Ungleichheit". Es ist aber zu unterscheiden von Streuung und Disparität.

schenden Armut[3] sinnvoll zu vergleichen oder die Veränderung der Armut in einem Lande im Zeitablauf sinnvoll zu messen. Was dabei als "sinnvoll" gilt, ist eine Frage von "Axiomen". Wie bei der Disparitätsmessung gibt es auch auf diesem Gebiet ein Nebeneinander von "deskriptiven" und "ökonomischen" Maßen, wobei letztere erst später und kürzer behandelt werden sollen. (vgl. Übers. 1).

Übersicht 1: Aufgabenstellungen bei der Messung der Armut

Armutsmessung

1. **Identifikation** der Armut (Maß für das **Ausmaß** der Armut)

2. **Armutsmaße**: (Messung der **Intensität** der Armut, d.h. der durchschnittlichen Einkommenslücke)*

2a. **deskriptive** Maße (rein statistisch deskriptiv)

2b. **ökonomische** (mikroökonomisch fundierte) Maße

* evtl. auch mit Berücksichtigung der Disparität innerhalb der Gruppe der "Armen" (Gruppe 1), gemessen mit Ginis Maß G_1.

Dabei zeigt sich, dass es schwierig ist, Armut und Disparität von einander abzugrenzen und dass es auch nicht ganz klar ist, welche Aspekte der Armut in einem solchen statistischen Maß dargestellt werden sollen. Nach Sen sollte ein solches Maß

- das Ausmaß der Armut (*wie viele* arme Personen),
- die *Intensität* der Armut und die
- *Disparität* innerhalb der Gruppe der Armen

in *einem* Maß zum Ausdruck bringen. Es gibt aber auch die Auffassung, dass es besser sei, diese drei Aspekte zu trennen und dass es für den dritten Aspekt (G_1) keine überzeugende Begründung gibt (Scheurle 1996, S. 86f).

Es gibt auffallende Ähnlichkeiten zwischen der Theorie der Armuts- und Disparitätsmessung einerseits und der Theorie der Indexzahlen, insbesondere der Preisindizes andererseits. In beiden Fällen haben wir ein Nebeneinander von deskriptiven oder "statistischen" Maßen und solchen Maßen, die (explizit) auf nutzen- und wohlfahrtstheoretischen Erwägungen beruhen. Und in beiden Fällen werden auch Maße im Lichte gewisser "Axiome" beurteilt.

Nach notwendigen Definitionen und der Darstellung einiger einfacher Maße (Abschnitte 1 und 2) wird in den Abschnitten 3 und 4 versucht, Axiome zu definieren und zu interpretieren die geeignet sein könnten Disparität und Armut zu messen und insbesondere den Unterschied beider Konzepte exakt zu beschreiben. In den Abschnitte 5 bis 7 werden einige weiterführende Überlegungen zu Messkonzepte kurz vorgestellt.

1. Armutsgrenze (Identifikation der Armut)

Wie gesagt betrachten wir im Folgenden primär die Armutsdefinition aufgrund des Einkommens, die lange Zeit vorherrschend war. Kritisiert wird an ihr, dass das Einkommen nur eine Ressource und ein Potenzial darstellt und es auf andere Bedingungen (z.B. der Gesundheits-

[3] Hier soll bewusst etwas vage nur von "Armut" die Rede sein, weil es nicht ganz klar ist, ob dabei das Ausmaß, die Intensität oder ein anderer Aspekt getrennt oder in einem zusammenfassenden Maß gemeinsam Gegenstand der Messung sein sollte.

zustand, das soziale Umfeld, kurz die "Lebenslage") ankommt, ob und in welchem Maße aus den Ressourcen auch Wohlstand entstehen kann. Es wird auch kritisiert, dass es auf "Deprivation" (Verlust von Fähigkeiten und Handlungsmöglichkeiten), soziale Ausgrenzung und geringere Chancen in einem weiteren Sinne von Verwirklichungschancen (capabilities) ankommt und dass so etwas durch das Einkommen nur unzureichend gemessen werden könne (und auch das Einkommen selbst nur sehr ungenau bestimm werden könne[4]).

a) Armut und Einkommen

Wir gehen zunächst auf die verbreitete Bestimmung des Phänomens "Armut" aufgrund (nur) des Einkommens (genauer: Nettoäquivalenzeinkommen) ein.[5]. Eine Person i = 1, 2, ..., n gilt danach als arm, wenn ihr Einkommen y_i ein bestimmtes Einkommen y = z, die Armutslinie (poverty line) oder Armutsgrenze[6] (z) nicht überschreitet, so dass $y_i \leq z$ ist. Bei der Festlegung von z und damit der Identifikation von "Armut" entsteht das Problem

- ob man Armut als *absolute*[7] oder *relative* Größe, d.h. ohne oder mit Bezugnahme auf die aktuelle Einkommensverteilung (und insbesondere deren Mittelwert, also mittlerem Niveau der Einkommen) des jeweiligen Landes begreifen sollte und
- wie man gegebenenfalls die Bestimmung von z *objektiv* (etwa aufgrund des Existenzminimums) oder *subjektiv* (z.B. empirisch[8] mit Umfragen über Nutzenvorstellungen) motivieren kann.

Die genannten Unterschiede sind nicht sehr scharf abgegrenzt, aber sie sind nicht unbedeutend für den Inhalt dessen, was statistisch gemessen wird und wie eine die Armut bekämpfende Wirtschafts- und Sozialpolitik aussehen soll.

Absolute Armut mag reduziert oder ganz beseitigt werden durch Wachstum und eine allgemeine Anhebung des Lebensstandards. Relative Armut bleibt dagegen meist bestehen, weil z mit dieser Anhebung ebenfalls steigt. Sie nimmt nur ab mit Verringerung der Ungleichheit in der Verteilung. Das wirft dann aber die Frage auf, worin sich "Armut" von der Ungleichheit (Disparität) unterscheidet (vgl. Abschn. 4)

Eine analoge Definition des absoluten "Reichtums" durch Bestimmung einer Reichtumslinie, quasi als Gegensatz zur Armut ist wohl von vornherein zum Scheitern verurteilt. Wir haben allerdings entsprechende Betrachtungen im Abschnitt 2b und 2c vorgenommen. Selbst in der

---

4 Aus solchen Gründen wird neuerdings auch bevorzugt von "Armutsrisiko" statt von "Armut" gesprochen.

5 Auf Versuche, eine Vielfalt von Armut beschreibenden Merkmalen zu betrachten oder Armut über das Vorhandensein bestimmter Güter und Lebensumstände (z.B. regelmäßig keine warme Mahlzeit, nur ein Paar feste Schuhe) zu definieren werden wird in Teil b kurz eingegangen.

6 Man spricht von "poverty boundary" im Unterschied zu "poverty line", wenn die Armut nicht mit einem Merkmal (meist dem Nettoeinkommen), sondern mit mehreren Merkmalen beschrieben wird.

7 Bei der anfänglichen statistischen Behandlung der Armutsfrage war diese Herangehensweise vorherrschend. Armut wurde begriffen als Unfähigkeit ohne fremde Hilfe sein physisches Überleben sicher zu stellen und man versuchte, z aufgrund eines minimalen Nahrungsmittelbedarfs zu bestimmen. Aber das hat sich als schwierig herausgestellt: einige Relativierungen, z.B. Beruf (Ausmaß der körperlichen Anstrengungen), Alter, Lebensgewohnheiten, Landessitten, Klima usw. bieten sich sofort an. Hinzu kommt, dass Leben nicht allein biologisch intakt bleiben bedeutet, sondern auch die Befriedigung höherer Bedürfnissen, wie Wohnen, Bekleidung usw. Damit kommt aber auch Subjektivität und Relativität ins Spiel, so dass die oben eingeführten Unterscheidungen bei genauerer Betrachtung wenig befriedigen.

8 Man kann auch argumentieren, es gehe mehr um die Wahrnehmung der Armut in der Bevölkerung (gemessen an den Nutzenvorstellungen der Bürger) als um das Urteil von Experten. Insbesondere von holländischen Forschern sind viele Vorschläge erarbeitet worden, wie Anhaltspunkte zur Bestimmung von Nutzenfunktionen empirisch zu gewinnen sind. Vgl. Hagenaars und van Praag 1985 sowie van Praag et al. 1980 und 1982.

relativen Fassung im Sinne des in der Politik so beliebten Konzepts "Besserverdienende" ist eine Objektivierung wohl nicht zu erwarten, bestenfalls eine Konvention.[9]

Eine typische relative Armutslinie wäre 20 vH unter dem Median $(\tilde{y})$, also $z = 0{,}8\tilde{y}$ oder die Hälfte des arithmetischen Mittels $(\bar{y})$ also $z = 0{,}5\bar{y}$. "Armutsgefährdung" liegt nach einer Definition bei 60% des Durchschnittseinkommens (gemessen als "Äquivalenzeinkommen"[10]) vor. Grenzen wie 50% oder 60% sind letztlich willkürlich, was dazu führt, dass dem Nutzer entsprechender Statistiken (z.B. Armutsberichte oder – neuerdings – "Armuts- und Reichtumsberichte") eine große Zahl alternativer Grenzen und damit Aussagen über das Ausmaß angeboten werden so dass sich jeder das ihm Genehme aussuchen kann.

Die Bezugnahme auf einen bestimmten Prozentsatz des Durchschnittseinkommens und damit ein Konzept der *relativen* statt absoluten "Armut" wird meist damit begründet, dass es nicht um eine unabhängig vom Lebensstandard der übrigen Gesellschaft definierte Not- oder Mangellage gehe, sondern um ein beträchtliches Zurückbleiben (relative deprivation) hinter dem Standard. Bei relativer Armut kann die gleiche Person arm sein und in einer anderen Gesellschaft oder zu einer anderen Zeit dies nicht sein. Es kann auch das allgemeine Einkommensniveau steigen ohne das deswegen auch die – so gemessene – Armut abnimmt.

Es gibt auch Konzepte wonach das erste Quintil usw. als "Armut" gelten soll. Dann ist natürlich die Aussage, dass 20% "arm" sind keine "Erkenntnis" sondern schlicht Konsequenz der zugrunde gelegten Definition.

Walter Krämer (2000) stellte fest, dass das Klagen über Armut offenbar in dem Maße beliebter wird je reicher die Gesellschaft wird[11] und man auch trotz beständig steigender Durchschnittseinkommen und Sozialhilfeleistungen nicht weniger, sondern sogar mehr "Arme" hat. Angesichts der Meßmethoden überrascht es nicht, dass die Armut mithin "unausrottbar" ist. Sie ist nach Krämer auch eine Frage der Bezugsgruppe. Jemand kann vor der Wiedervereinigung nicht arm gewesen sein, wurde aber dann später - in der "neuen Bundesrepublik" - trotz gestiegenem Einkommen allein weil sich die Vergleichsgruppe geändert hat.[12] Es hat sich auch gezeigt, dass sich eine Veränderung von Äquivalenzskalen und auch die Verringerung der durchschnittlichen Haushaltsgröße (Problem der Abgrenzung der Bedarfsgemeinschaft!) auf das Ausmaß der Kinderarmut und auf die sonstige (andere Personengruppen betreffende) Armut auswirkt.

Das lässt empirische "Ergebnisse" zum Stand der "Armut" nicht sonderlich vertrauenswürdig erscheinen und man kann sich fragen, ob man das zu messende Phänomen mit inhaltlich anderen Methoden (d.h. insbesondere mit anderen zu betrachtenden Variablen[13]) besser in den Griff bekommt.

---

[9] Es soll hier im Folgenden jedoch der Versuch unternommen werden, mit Reichtumsmaßen zu operieren (vgl. auch v.d.Lippe 1995, Vaughan 1987), die analog zu Armutsmaßen in Verbindung mit einer Reichtumslinie definiert sind.

[10] Im Unterschied zum Pro-Kopf-Einkommen erhalten die Personen eines Haushalts nicht ein gleiches Gewicht sondern z.B. Kinder ein geringeres Gewicht. Es gibt zahlreiche Vorschläge für Äquivalenzskalen und es ist unwahrscheinlich, dass man sich über einen längeren Zeitraum auf eine einzige einigt.

[11] Neuerdings wird nicht nur Zunahme der Armut, sondern auch die des Reichtums" (wie immer jeweils gemessen) beklagt, was offenbar auch beim "Reichtum" als solches bereits etwas Schlechtes ist.

[12] Je nach Messkonzept erhält man auch sehr unterschiedliche "Ergebnisse" hinsichtlich des Ausmaßes der Armut. Krämer zitiert (Seite 113) Spannweiten zwischen 0,5 % und 37,8 %, was praktisch auf ein Eingeständnis hinausläuft, dass man das, was man vorgibt zu messen eigentlich nicht messen konnte.

[13] Der Gedanke, es mit einer Vielzahl von Variablen statt nur einer, nämlich dem Einkommen zu versuchen, ist natürlich naheliegend. Will man gleichwohl eine eindeutige Rangordnung nach zu- oder abnehmender "Armut" hat man natürlich das Problem, die vielen Dimensionen wieder auf eine zu reduzieren. Die übliche Vorgehens-

b) Verwendung anderer Indikatoren der Armut

Man hat eine ganze Reihe von alternativen Konzepten zur Messung von Armut entwickelt. Es gibt einerseits die Einführung speziellerer Konzepte, wie z.B. die Messung "materielle Armut" an acht konkreten Merkmalen (u. a. ob man sich in den letzten zwei Wochen an einem Tag oder an zwei, drei ... Tagen keine "gehaltvolle Mahlzeit" leisten konnte)[14] oder Fragen nach dem Vorhandensein oder Fehlen von bestimmten Haushaltsgütern (Fernsehgerät, Waschmaschine etc.) und andererseits, Maße zu entwickeln in denen möglichst viele Dimensionen der Armut bzw. Indikatoren der Lebenslage (Wohnung, Gesundheitszustand, Bildung etc.[15]) gleichzeitig berücksichtigt werden können. Zur Abgrenzung gegenüber der im Teil a dieses Abschnitts behandelten Einkommensarmut wird auch von Deprivationsarmut gesprochen wenn es um solche Maße geht (Groh-Samberg u. Goebel, 2007)

Gegen alle solche Maße wird man inhaltlich etwas einwenden können. Es ist deshalb nicht anzunehmen, dass man hier zu einem (dauerhaften) Konsens kommt. Man muss die Gefahr sehen, dass gegen sehr einfache Konzepte mühelos polemisiert werden kann und dass man statt dessen in der (dann evtl. nicht mehr sehr transparenten) Kombination vieler Indikatoren sein Heil suchen wird. Das wird nicht notwendig darauf aufbauende empirische Ergebnisse vertrauenswürdiger machen, aber nach genügend langem Problematisieren werden sich Meßmethoden etablieren (oder sie haben sich bereits etabliert) von denen jeder weiß, dass sie eigentlich unbefriedigend sind aber deren Rechtfertigung vor allem darin zu sehen ist, dass alle so rechnen.[16]

2. Einfache Armutsmaße und Disparität

In diesem Abschnitt versuchen wir zu zeigen wie man auf der Basis inhaltlicher Festlegungen (Wahl der maßgeblichen Variable, wie z.B. das Einkommen; Definition der Armutslinie etc.) und mit den statistischen Daten einer Häufigkeitsverteilung einige elementare Maßzahlen zur Bestimmung des Ausmaßes der Armut berechnen kann.

a) Head count ratio H und income gap I

Das einfachste Maß der Armut ist die "***head count ratio***" (oder einfach head count) H, der Anteil der so (mit einer Armutslinie z) definierten "Armen". Sind $q < n$ der insgesamt n Personen in diesem Sinne arm, so ist $H = q/n$. Weil $\tilde{y}$ und $\bar{y}$ Kennzahlen (Parameter) der Einkommensverteilung sind, ergeben sich z und H aus der Gestalt der Einkommensverteilung. Wird z aufgrund von Fraktilen bestimmt, etwa $z = \tilde{y}_{0,2}$ (das erste Quintil) so ist H kein Ergebnis der Analyse sondern a priori festgelegt als $H = 0,2$.

---

weise "Punkte" zu vergeben und diese zu einem "Armuts-*index*" zu summieren ist nicht unproblematisch (vgl. P. v. d. Lippe u. A. Kladroba (2004)).

14 Gegen dieses Konzept wird argumentiert, dass Menschen bewusst auf die hier angesprochenen materiellen Dinge verzichten können um sich ein teueres Hobby leisten zu können. Für das Konzept spricht, dass es sich hier eher um das handelt, was man normalerweise unter "Armut" versteht und nicht an dem allgemeinen Lebensstandard orientiert ist und damit auch nicht "automatisch" mit Anhebung des Einkommensniveaus steigt.

15 Ein Beispiel für einen international bekannten Index, der diese drei Indikatoren vereinigt ist der Human Poverty Index (HPI) der UNO.

16 Eine solche Situation ist ja nicht gerade selten und uns inzwischen auch in anderen Bereichen vertraut. Es ist zweifellos ein dringendes und legitimes Anliegen die Qualität von wissenschaftlichen Leistungen zu messen. Jedem "insider" ist klar, dass es schwer ist so etwas zu messen. Aber man hat sich daran gewöhnt, dass dies angeblich am besten dadurch geschieht, dass man Zitate zählt (eine Forschungsarbeit ist umso besser je öfter sie zitiert wird und es ist nicht wichtig ob sie gelesen wird, nur dass sie zitiert wird und von wem sie zitiert wird).

Liegen die Einkommen von n Personen oder Haushalten der Größe nach geordnet vor ($x_1 \leq .... \leq x_n$) und fallen q Einheiten unter die Armutsgrenze $x_j \leq .z$ (mit j = 1,...,q), so ist der Anteil der Armen, die bereits erwähnte "head count ratio"

(1) $$H = \frac{q}{n}, \; 0 \leq H \leq 1, \quad x_1 \leq .... \leq x_n,$$

die als ein sehr einfaches Maß der *Betroffenheit* von Armut gilt. Auf Änderungen in den Einkommen x_i der Armen, sofern diese unter z bleiben (und somit q und n unverändert bleiben) oder in der "Ungleichheit" (Disparität) der Einkommensverteilung unter den Armen reagiert H jedoch nicht.

Ein weiterer Aspekt der Armut ist somit deren *Intensität* I ("**income gap ratio**", oder [relative] Einkommenslücke), mit der man den relativen (auf z bezogenen) mittleren Einkommensabstand $g_i = z - x_i$ und damit auch den relativen Abstand des mittleren Einkommens $\bar{x}_1$ der Armen[17] von z zum Ausdruck bringt

(2) $$I = \frac{\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q} g_i}{z} = \frac{\sum(z - x_i)}{qz} = \frac{z - \bar{x}_1}{z} = 1 - \frac{\bar{x}_1}{z}$$ (I = income gap ratio).

Wenn die Armen hinsichtlich ihres Einkommens alle gleich sind, d.h. keine Ungleichheit[18] (gemessen am Gini-Maß G) unter den q armen Einheiten besteht, also $G_1 = 0$ ist, dann sollte das Armutsmaß P (poverty) einfach das Produkt aus H und I sein[19]

(3) $$P_0 = H \cdot I = \frac{q}{n}\left(1 - \frac{\bar{x}_1}{z}\right)$$

P_0 soll bedeuten: das Armutsmaß P, wenn keine Ungleichheit unter den Armen besteht, also $G_1 = 0$ ist. Man kann I und P_0 auch wie folgt von anderen möglichen Mittelungen der "gaps" unterscheiden (vgl. Scheurle 1996, S. 81f):

	bezogen auf	
	die Armen (q)	alle Einheiten (n)
Durchschnitt der individuellen Einkommens-Lücken g_i	$\frac{\sum_{i=1}^{q} g_i}{q} = \frac{D_1}{q} = D_2$	$\frac{D_1}{n} = H \cdot D_2 = D_3$
normierter* Durchschnitt der individuellen Lücken	$\frac{D_2}{z} = I$	$\frac{D_3}{z} = H \cdot I = P_0$

* normiert bezüglich der Armutsgrenze z

17 Im folgenden soll zwischen zwei Klassen unterschieden werden, 1: poor und 2: non-poor, so dass $\bar{x}_1$ und $\bar{x}_2$ die mittleren Einkommen der Armen und Reichen (oder besser: Nicht-Armen) bedeuten. Entsprechend sind die Umfänge der Personengesamtheiten $n_1 = q$ und $n_2 = n - q$ für die arme und die nichtarme Bevölkerung.

18 Eine gewisse Vertrautheit mit der Messung der Ungleichheit (relative Konzentration, "Disparität") wird hier vorausgesetzt. Eine geeignete graphische Darstellung ist die Lorenzkurve. Das Disparitätsmaß von GIORDANO GINI G mißt den Grad der Disparität und kann als Flächenverhältnis gedeutet werden. Vgl. hierzu PETER V. D. LIPPE, Deskriptive Statistik, Stuttgart, Jena 1993, S. 157 ff.

19 Wenn also G1 = G_2 = 0 also keine Ungleichheit innerhalb der Klassen besteht. Ist diese vorhanden, so ist die Armut P stets größer als der hier angegebene Wert P_0 (siehe Gl. 9). Auch die Disparität G ist also stets mindestens so groß wie in Gl. 5 angegeben.

Gl. 3 liefert eine Normierung (damit $0 \leq P \leq 1$), die für das Armutsmaß P üblicherweise eingeführt wird. P_0 soll bedeuten: das Armutsmaß P, wenn keine Ungleichheit unter den Armen besteht, also $G_1 = 0$ ist.

b) Armut und Disparität, zwei Klassen (Arme und Reiche)

Es soll zunächst nur zwischen zwei Klassen (1: poor und 2: non-poor) unterschieden werden Die mittleren Einkommen der Armen und Reichen (oder besser: Nicht-Armen) haben dann die Subskripte 1 und 2 und man erhält $n_1 = q$ und $n_2 = n - q$ für die Umfänge der armen und die nichtarmen Bevölkerung sowie den Mittelwert der Einkommen der gesamten Bevölkerung ist

(4) $\bar{x} = H\bar{x}_1 + (1-H)\bar{x}_2$

und das Gesamteinkommen aller n Personen folglich $n\bar{x}$. Ginis Disparitätsmaß als Ausdruck der Ungleichheit *zwischen* den beiden Klassen (es sei angenommen, dass keine Ungleichheit innerhalb der Klassen besteht, also $G_1 = G_2 = 0$) ist dann

(5) $G = H\left(1 - \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}}\right).$

Ein Vergleich von Gl. 5 mit der Gl. 3 zeigt einen bedeutsamen Unterschied zwischen der Armuts- und der Disparitätsmessung. Einmal wird das Durchschnittseinkommen der Armen $\bar{x}_1$ bezogen auf die Armutslinie z und zum anderen auf den Gesamtmittelwert $\bar{x}$.

Da in der Regel gilt $z \geq \bar{x}_1$ (und notwendig immer $\bar{x}_1 \leq \bar{x}$) ist auch $G \geq P_0$ und offensichtlich gilt unter diesen Voraussetzungen[20]

> Armut (P_0) ist dann gleich der Disparität (G), wenn die Armutslinie gleich dem mittleren Einkommen ist (also $z = \bar{x}$).

Man kann die Zusammenhänge auch wie folgt interpretieren: Der Betrag

$$D_1 = E_z = \sum_{i=1}^{q} g_i = q(z - \bar{x}_1)$$

im Zähler von Gl. 2 ist der gesamte Einkommensbetrag, der erforderlich ist, um die Armen auf das Einkommensniveau der Armutslinie z anzuheben. Gelegentlich wird auch dieser Betrag im Verhältnis zum Bruttoinlandsprodukt gesetzt und als Armutsmaß im internationalen Vergleich benutzt.

Der "Pro-Kopf"-Betrag (bezogen auf alle n Einheiten) ist dann

(6) $E_z^* = D_3 = H(z - \bar{x}_1).$

Entsprechend kommt es bei der Disparitätsmessung offenbar auf die "Anhebung" der Armen auf das Niveau des *mittleren* (deshalb M) Einkommens $\bar{x}$ (statt der Armutslinie z) an, also auf $E_M = q(\bar{x} - \bar{x}_1) = q(1-H)(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)$ und pro-Kopf gerechnet auf

(7) $E_M^* = H(1-H)(\bar{x}_2 - \bar{x}_1).$

Ein Disparitäts- und Armutsmaß erhält man hieraus, indem man diese durchschnittlichen umzuverteilenden Einkommensbeträge auf $\bar{x}$ bzw. auf z bezieht, denn:

---

20 Nur zwei Klassen, Arme und Nichtarme und keine Ungleichheit innerhalb der Klassen, also $G_1 = G_2 = 0$.

$P_0 = \frac{E_z^*}{z}$ und $G = \frac{E_M^*}{\bar{x}}$.

Wie man sieht, kommt es bei der Disparität G, anders als bei der Armut P_0 auch auf den Unterschied der Durchschnittseinkommen zwischen Reichen $(\bar{x}_2)$ und Armen $(\bar{x}_1)$ an.

Nach dem (umstrittenen) "Fokusaxiom", auf das noch eingegangen wird, sollen die Einkommen oberhalb der Armutsgrenze und damit $\bar{x}_2$ (und die Veränderung von $\bar{x}_2$) die Armutsmessung nicht berühren.

Armut (P_0) und Disparität (G) sind offenbar Phänomene, die ähnlich, aber doch nicht gleich sind. Nach verbreiteter Ansicht nimmt die Armut ab, wenn sich die Disparität verringert. Aber man kann auch leicht Beispiele konstruieren, bei denen P_0 sinkt, obwohl die Ungleichheit G zunimmt und zwar deshalb weil E_M stärker zunimmt als $\bar{x}$:

Ausgangssituation:

$$\left.\begin{matrix} z = 500 & H = 0{,}25 \\ \bar{x}_1 = 400 & \bar{x}_2 = 1200 \end{matrix}\right\} \text{ daraus ergibt sich } \quad \begin{matrix} P_0 = 0{,}25\left(1 - \frac{400}{500}\right) = 0{,}25 \cdot 0{,}2 = 0{,}05 \\ G = 0{,}25\left(1 - \frac{400}{1000}\right) = 0{,}15. \end{matrix}$$

Neue Situation hinsichtlich Armut (P_0) und Disparität (Gini, G):

$$\left.\begin{matrix} z = 500 & H = 0{,}2 \\ \bar{x}_1 = 400 & \bar{x}_2 = 2400 \end{matrix}\right\} \quad \begin{matrix} P_0 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04 \text{ (statt 0,05) und wegen } \bar{x} = 2000 \\ G = 0{,}25\left(1 - \frac{400}{2000}\right) = 0{,}16 \text{ (statt 0,15).} \end{matrix}$$

Der Einkommensbedarf E_M^* ist von 0,25(100-400) = 150 auf 0,2(2000-400) = 320 gestiegen und damit um mehr als das mittlere Einkommen.

c) Armut, Reichtum und Ungleichheit[21]

Konstruiert man ein Reichtumsmaß R analog zum Armutsmaß (Gl. 3), so könnte dies wie folgt definiert sein[22]:

$$R_0 = (1-H)\left(\frac{\bar{x}_2}{z} - 1\right) = (1-H)I^*. \tag{8}$$

Man kann I* als relativen Einkommensüberschuss der Nicht-Armen (oder Reichen) bezeichnen, so wie I eine relative Einkommenslücke (income gap ratio) ist. Ein Nachteil von R_0 ist, dass $R_0 > 1$ sein kann[23]. Aus

$G = \frac{E_M^*}{\bar{x}} = \left[H\frac{z}{\bar{x}}\right]R_0 + \left[(1-H)\frac{z}{\bar{x}}\right]P_0 = HE_2 + (1-H)E_1$ folgt, dass

[21] In diesem Abschnitt weichen wir erheblich ab von der Literatur über Armutsmaße. Wie dort der Zusammenhang zwischen Armut und Disparität beschrieben wird, ist ausgesprochen unbefriedigend und eine Betrachtung des Reichtums (quasi als Gegenteil von Armut) fehlt völlig.

[22] Das Subskript 0 soll auch hier wieder bedeuten, dass von der Disparität innerhalb der beiden Klassen abgesehen wurde, also $G_1 = G_2 = 0$ angenommen wurde. Die Konstruktion kann nicht vollkommen analog zur Armut erfolgen weil insbesondere nicht klar ist, wie sich ein Transfer zwischen Reichen (im Sinne des Transferaxioms K2 in Übers. 2 auf ein Reichtumsmaß auswirken sollte. Vgl. Peichl, Schaefer u. Scheicher (2010).

[23] Während $\bar{x}_1$ nicht größer als z sein kann, ist $\bar{x}_2$ nicht nach oben begrenzt.

Die Disparität G (Gini)ist eine gewogene Summe (Gewichte in eckigen Klammern) von Armuts- und Reichtumsmaß (Summe der Gewichte: $z/\bar{x}$), bzw. ein gewogenes arithmetisches Mittel von (mit $\bar{x}$) relativierten Einkommensabständen gegenüber der Armutslinie

denn

$$E_2 = (1-H)\left(\frac{\bar{x}_2 - z}{\bar{x}}\right) \text{ und } E_1 = H\left(\frac{z-\bar{x}_1}{\bar{x}}\right).$$

Ungleichheit ist somit in einem bestimmten oben bezeichneten Sinne ein Mittelwert aus Armut und Reichtum. Das erklärt auch, warum eine Verringerung der Disparität nicht notwendig auch eine Verringerung der Armut bedeuten muß und letztere sogar mit einer Vergrößerung der Disparität einhergehen kann, wie das in dem Beispiel gezeigt wurde. Dabei war P_0 von 0,05 auf 0,04 gesunken, gleichwohl aber die Disparität G von 0,15 auf 0,16 gestiegen. Der Grund war, dass der Reichtum R_0 von 1,05 auf 3,04 gestiegen ist.

Der beschriebene Zusammenhang zwischen Armut und Disparität ändert sich nicht grundlegend, wenn man zusätzlich die Disparität innerhalb der Armen berücksichtigt. Das Armutsmaß von A. SEN ist dann

(9) $$P = H\left[1-(1-I)\left(1-G_1\frac{q}{q+1}\right)\right] \text{ bzw. mit } q \to \infty$$

$$P = HI + HG_1(1-I) = P_0 + HG_1(1-I).$$

Entsprechend wären auch bei der Berechnung von G auf der rechten Seite von Gl. 5 weitere Summanden anzufügen, wenn $G_1 > 0$ ist.

Das gleiche gilt auch wenn man mit *drei statt zwei Einkommensklassen*, einer Armuts- und einer Reichtumslinie (z_P, z_R) rechnet

Größenklasse	mittleres Einkommen	relative Häufigkeit
arm: $0 \le x \le z_P$	$\bar{x}_1$	$h_1 = H$
mittel : $z_P < x \le z_R$	$\bar{x}_2$	h_2
reich: $z_R < x$	$\bar{x}_3$	h_3

Für Ginis Disparitätsmaß G erhält man dann[24]

(5a) $G = (1-h_1)h_3\left(\frac{\bar{x}_3 - \bar{x}}{\bar{x}}\right) + (1-h_3)h_1\left(\frac{\bar{x}-\bar{x}_1}{\bar{x}}\right)$

oder $G = (1-h_1)R^* + (1-h_3)P^*$

wenn man Armut (P^*) und Reichtum (R^*) nicht am Abstand von der Armuts- bzw. Reichtumslinie, sondern vom Mittelwert $\bar{x}$ misst[25]. G ist nicht einfach ein gewogenes Mittel von R* und P* weil die Summe der Gewichte nicht eins ist, sondern $(1 - h_1) + (1 - h_3) = 1 + h_2$.

---

[24] Von der Disparität innerhalb der Klassen wird wieder abgesehen (also $G_1 = G_2 = G_3 = 0$).

[25] Das geschieht in der Armutsmessung deshalb nicht, weil eine auf $\bar{x}$ statt auf z bezogene Lücke (income gap) weniger ein Maß für die Armut als für die Leichtigkeit ihrer Verringerung ("the ease of its alleviation") wäre. Sudhir (1977), S. 10.

3. Axiome für Konzentrations- und Disparitätsmaße

In diesem Abschnitt stellen wir ein System von Axiomen[26] dar, das üblicherweise für Konzentrationsmaße im weiteren Sinne (also Maße der [absoluten] Konzentration und der Disparität) gefordert wird. Die entsprechende Situation ist im Falle der "Armut" sehr viel schlechter, d.h. man ist dort noch weit entfernt von einem Konsens über Axiome, die bei einem Armutsmaß zu fordern wären. Ob ein Axiom für "wichtig" oder "unverzichtbar" zu halten ist kann nicht wirklich "objektiv" entschieden werden. Man kann jedoch versuchen, die Notwendigkeit eines Axioms zu begründen, was hier im Teil b dieses Abschnitts geschehen soll, in dem wir uns die Aufgabe vornehmen, verschiedene Verteilungen, z.B. Einkommensverteilungen als ganzes nach zu- oder abnehmender Ungleichheit zu ordnen.

a) Die Axiome und ihre Interpretation

Die Betrachtung von Axiomen hat bei Konzentrations- und Disparitätsmaßen eine lange Tradition. Ein Axiom ist im Zusammenhang mit einer beschreibenden statistischen Maßzahl (einer Kennzahl oder "statistic") eine formale Eigenschaft, die ein Maßzahl haben sollte um sinnvoll zu sein. Nimmt man z.B. an, dass einer und nur einer der Werte $x_1, x_2, ..., x_n$ größer wird (etwa $x_1+ \Delta$ mit $\Delta > 0$ statt x_1), dann sollte ein "sinnvoller" Mittelwert dieser Zahlen auch größer werden.[27]

Konzentration im wirtschaftlichen Sinne kann zweierlei bedeuten:

1. eine Ballung von Verfügungsmacht auf wenige Einheiten (z.B. Marktbeherrschung) und
2. die Existenz erheblicher Größenunterschiede zwischen den Einheiten ("Ungleichheit").

Im ersten Fall spricht man von absoluter Konzentration (oder einfach Konzentration), im zweiten Fall von relativer Konzentration oder auch "Disparität".[28]

Einmal wird auf die absolut geringe Anzahl der wirtschaftlichen Einheiten abgestellt (Anzahlaspekt der Konzentration), im anderen Fall auf die Ungleichheit der auf die Einheiten entfallenden Anteile am gesamten Merkmalsbetrag (Disparitätsaspekt der Konzentration). Die statistischen Maße der absoluten Konzentration (Konzentration im engeren Sinne) berücksichtigen beide Aspekte, die der Disparität (oder: relativen Konzentration) nur den zweiten.[29]

Im Folgenden geben wir einige Erläuterungen zu den Axiomen der Übersicht 2:

---

[26] Es soll hier nicht auf die besonderen Forderungen an Axiomen*systeme* (dass diese nämlich widerspruchsfrei und unabhängig [ein Axiom soll nicht eine Folgerung aus anderen Axiomen darstellen] sein sollen) eingegangen werden.

[27] Es ist offensichtlich, dass der Median diese Monotonieforderung an einen Mittelwert nicht erfüllt.

[28] Eine Aussage im Sinne der relativen Konzentration ist zum Beispiel: 2% der Bevölkerung haben mehr als 70% des Produktivvermögens (sowohl die Merkmalsträger [Bevölkerung] als auch die auf sie entfallenden Merkmalsbeträge [Anteile am Produktivvermögen] sind relativiert [Prozentangaben]). Eine Aussage im Sinne der (absoluten) Konzentration ist dagegen auf einem bestimmten Markt haben nur 3 Unternehmen (die drei größten Unternehmen) zusammen einen Marktanteil von 90% (die Merkmalsträger sind in absoluter Zahl angegeben, es kommt auf die absolut geringe Anzahl an).

[29] In der wirtschaftlichen Realität sind absolute und relative Konzentration nicht zwei streng unterschiedene Erscheinungen, sondern zwei in der Regel gemeinsam auftretende Aspekte *eines* Vorgangs. Neugründungen, Fusionen, ungleiches Größenwachstum usw. berühren meist beide Arten von Konzentration und damit auch beide Arten von statistischen Maßzahlen gleichzeitig, wenngleich häufig in unterschiedlicher Weise. Dem steht jedoch nicht entgegen, dass man modellmäßig (in einem Gedankenexperiment) Vorgänge konstruieren kann, die sich isoliert auf einen der beiden Aspekte der Konzentration auswirken. Das geschieht bei der Entwicklung einer Axiomatik. Eine entsprechende Leistung ist bei der Armutsmessung noch nicht gelungen.

1. Das Axiom K1 (auch "Bresciani-Turoni-Bedingung" genannt) besagt, dass ein Konzentrations- und ein Disparitätsmaß unabhängig sein soll von der Maßeinheit der zu verteilenden Größe (des Konzentrationsmerkmals). Die "Ungleichheit" der Einkommensverteilung wird nicht davon berührt, ob das Einkommen in € oder in $ gerechnet wird. Sie ist in beiden Fällen gleich groß.

Übersicht 2 Axiome für Konzentrations- und Disparitätsmaße

a) Gemeinsame Eigenschaften von Konzentrations- und Disparitätsmaßen (C)

K1	Invarianz gegenüber proportionalen Transformationen	Ein Konzentrations- oder Disparitätsmaß C soll invariant sein bei folgender Transformation: Ist $y_i = \lambda x_i$ ($\lambda \neq 1$), so ist C(y) = C(x). Dadurch ist C unabhängig von der Maßeinheit des Konzentrationsmerkmals.
K2	Transferaxiom (Pigou Dalton Bedingung)[a)]	Wird ein Betrag d mit 0 < d < h/2 transferiert von einem Merkmalsträger i (mit dem Merkmalsbetrag x_i) zum Merkmalsträger j mit $x_j = x_i - h$ also $x_j < x_i$, so soll C abnehmen (regressiver [egalisierender, negativer, d.h. die Konzentration verringernder] Transfer)[b)]
K3	Verschiebung, Niveauänderung	Sei $y_i = a + x_i$ ($a \neq 0$), dann ist bei egalitärer Verteilung des Merkmals X die Konzentration des Merkmals Y gleich, also C(y) = C(x) und in den sonstigen Fällen soll gelten C(y) < C(x), wenn a > 0 (abnehmende Konzentration) und C(y) > C(x), wenn a < 0 (zunehmende Konzentration)

a) auch (missverständlich wegen Axiom K3) "Verschiebungsprobe" genannt
b) Die Umkehrung sollte entsprechend bei einem progressiven [positiven] also die Konzentration (und damit auch das Konzentrationsmaß) erhöhenden Transfer ("von arm zu reich") gelten.

Man beachte, dass mit dem Axiomen K1 eine gleiche *relative* (prozentuale) Veränderung des Konzentrationsmerkmals (z.B. Einkommens) angesprochen ist, während es bei K3 um eine gleiche *absolute* Veränderung geht. K1 ist nicht unumstritten.

b) Eigenschaften, bei denen sich Konzentrations- (K) und Disparitätsmaße(D) unterscheiden

K4	Proportionalitätsprobe	Ersetzt man jeden einzelnen Merkmalsträger i mit dem Anteil q_i am Merkmalsbetrag durch k > 1 gleich große Merkmalsträger mit den Anteilen q_i/k, so soll für das neue Disparitätsmaß D* bzw. Konzentrationsmaß K* gelten: D* = D (Disparität bleibt unverändert) K* = K/k < K (Fall der Dekonzentration)[a)]
K5	Ergänzungsprobe (Nullergänzung)	Fügt man einer Verteilung m Einheiten, deren Merkmalsbeträge jeweils Null sind ("Nullträger") hinzu, so soll gelten K* = K und D* > D
K6	Wertebereiche	Es soll gelten: für Konzentrationsmaße $1/n \leq K \leq 1$ und für Disparitätsmaße $0 \leq D \leq 1 - 1/n$.[b)]

a) Entsprechend soll im "umgekehrten" Fall einer Fusion von k gleich großen Einheiten zu einer Einheit gelten D* = D und K*= kK > K (Fusion)
b) mit wachsendem n strebt die Untergrenze bei K gegen 0 und die Obergrenze bei D gegen 1.

Im Unterschied zu den Axiomen K1 bis K3 wird bei den Axiomen K4 und K5 postuliert, dass Konzentrations- und Disparitätsmaße auf die in den "Proben" unterstellten Vorgänge unterschiedlich reagieren. Die Proportionalitätsprobe (Axiom K4) beschreibt den reinen Anzahleffekt, weshalb Disparitätsmaße hierauf nicht reagieren sollen. Die Forderung K5 ist damit motiviert, dass man gedanklich eine immer größer werdende Ungleichheit durch Hinzufügen von "Nulleinheiten" entstehen lassen kann.

---

2. Das Axiom K2 wird nicht selten nur für Disparitätsmaße gefordert. Bei einem Transfer "von reich zu arm" soll die Disparität abnehmen (negativer -, regressiver - oder egalisierender Transfer). Umgekehrt soll die Disparität zunehmen, wenn d von j auf i transferiert wird (positiver - oder progressiver Transfer). Transfers sind hier stets Umverteilungen bei gleichbleibendem gesamtem Merkmalsbetrag und wegen d < h/2 auch bei gleichbleibender Rangfolge der Merkmalsträger (unter denen der Transfer stattfindet).[30]

---

[30] Gelegentlich wird der Transfer auch "bewertet" in dem Sinne, dass sich ein positiver Transfer auf ein Konzentrations- oder Disparitätsmaß stärker erhöhend auswirken soll, als sich ein betragsmäßig gleich großer negativer Transfer verringernd auswirkten soll ("*starke Verschiebungsprobe*").

Bei Armutsmaßen spielen nicht Transfers zwischen irgendwelchen Einheiten eine Rolle, sondern nur Transfers zwischen Armen und Reichen also Einheiten, die auf unterschiedlicher Seite von der Armutsgrenze (also unter- und oberhalb von z) stehen.
Das Transferaxiom bereitet auch Schwierigkeiten bei der Definition des Reichtums in Analogie zur Armut. Wie soll sich ein Transfer zwischen unterschiedlich reichen Einheiten auf ein Reichtumsmaß auswirken?

3. Nach Axiom K3 bedeutet eine für alle gleich große Zunahme (a > 0) der Merkmalsbeträge eine Verringerung der Disparität und entsprechend eine Abnahme (a < 0) eine Vergrößerung der Disparität. Auch dieses Axiom wird häufig nur für Disparitätsmaße gefordert. In dieser Hinsicht besteht auch ein wichtiger Unterschied zwischen Disparität (die nicht verschiebungsinvariant ist) und der ebenfalls - wie gesagt - für Betrachtungen der "Ungleichheit" relevanten Schiefe (die verschiebungsinvariant ist).
4. Der mit K4 beschriebene Anzahleffekt soll sich nicht auf ein Disparitätsmaß sondern nur auf ein Konzentrationsmaß auswirken (das sich danach proportional zu einer Verringerung (Fusion) bzw. einer Vergrößerung (Dekonzentration) der Anzahl der Merkmalsträger vergrößern, bzw. verringern soll).
5. Hinter der Ergänzungsprobe (Axiom K5) steht die Vorstellung, dass man sich eine "Ungleichverteilung" durch Hinzufügen von Nullträgern aus der Gleichverteilung entstanden denken kann. In gleicher Weise wird eine bestehende "Ungleichheit" durch Hinzufügen von Nullträgern vergrößert. Anders als bei K4 ist mit K5 noch nicht gesagt, um wie viel sich D bei Hinzufügen (Wegnehmen) von Nulleinheiten vergrößert (verringert).[31]
6. Axiom K6 bezeichnet einen ganz wesentlichen Unterschied zwischen Disparität (und Konzentration) einerseits und Armut andererseits: Es gibt zwei klar definierte Extremfälle der Konzentration, und das macht es möglich, Konzentrations-, bzw. Disparitätsmaße auf den Wertebereich von 0 bis 1 zu normieren.[32] Etwas entsprechendes gibt es bei der Armutsmessung nicht. Die extremen Situationen sind:
   - *egalitäre Verteilung*,[33] die Situation der minimalen Disparität: jeder der n Merkmalsträger hat den gleichen Merkmalsbetrag x und damit auch den gleichen Merkmalsanteil $q_i = 1/n$ (i = 1, 2,..., n) und
   - *vollkommene Ungleichheit* (maximale Konzentration): ein Merkmalsträger vereinigt die gesamte Merkmalssumme auf sich, sein Anteil q ist somit 1 und die Anteile q der übrigen n-1 Merkmalsträger sind alle jeweils Null.

Demgegenüber kann man keine Situationen konstruieren, in denen man mit Recht von minimaler oder maximaler Armut sprechen könnte.

---

31 Eine strengere Aussage ist z.B. bei einer Verdoppelung der Anzahl der Merkmalsträger soll sich das Gleichheitsmaß $\Gamma = 1 - D$ halbieren.

32 Man beachte, dass die *minimale* Konzentration und die *maximale* Disparität von n abhängig sind und mit n $\to\infty$ die Grenzen "gegen Null" bzw. 1 streben. Bei der *Disparität* ist es sinnvoll für den Fall, dass eine Einheit die gesamte Merkmalssumme auf sich vereint und der Rest von n-1 Einheiten leer ausgeht danach zu differenzieren, wie groß n ist (die Obergrenze von D ist deshalb abhängig von n). Für die Konzentration ist es dagegen bei einem marktbeherrschenden Unternehmen (Anteil [etwa] 100%) irrelevant ob daneben noch viele oder nur wenige Unternehmen bestehen mit einem jeweils praktisch verschwindend kleinen Marktanteilen.

33 Bei der Disparitätsmessung wird auch missverständlich von "Gleichverteilung" gesprochen. Die egalitäre Verteilung heißt in der Statistik auch Einpunkt-Verteilung (alle Einheiten haben die gleiche [und damit einzige] Merkmalsausprägung, deren prozentuale Häufigkeit 100% ist). Gleichverteilung heißt dagegen: jede Merkmalsausprägung kommt gleich häufig vor (z.B. die Verteilung der Augenzahl beim Würfeln [eine Wahrscheinlichkeits- nicht Häufigkeitsverteilung]).

b) Begründung der Axiome (für Disparitätsmaße) aus der Aufgabe, Verteilungen in eine Rangordnung zu bringen

Man stelle sich die Aufgabe vor, verschiedene Einkommensverteilungen (als ganzes) nach zu- oder abnehmender Ungleichheit (Disparität) zu ordnen. Es ist also zu entscheiden welche von jeweils zwei Verteilungen ein größeres Maß an Ungleichheit darstellt.

1. Beginnen wir mit dem wohl einfachsten Fall zweier Verteilungen mit gleichem Stichprobenumfang $n_1 = n_2$ und auch gleichem Mittelwert $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ also gleichem Einkommensniveau. Es erscheint sinnvoll, jetzt die Verteilung von y_1 dann als "gleicher" (geringere Disparität) anzusehen als die Verteilung von y_2, wenn die erste aus der zweiten durch einen entsprechenden Transfers des Betrag h von einer reicheren Einheit j (mit dem Einkommen $y_j \geq y_i + 2h$) zu einer ärmeren i mit dem Einkommen y_i (so dass der Mittelwert $\bar{y}$ gleich bleibt und auch nach dem Transfer das Einkommen von j noch größer ist als das von i) hergeleitet werden kann[34]. Unter solchen Voraussetzungen $n_1 = n_2$ und $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ erlaubt das Transferaxiom[35] K2 eine Ordnung nach der Ungleichheit[36]. Im Folgenden sollen nun die Annahmen über n und $\bar{y}$ gelockert werden.

2. Wenn aber $n_1 \neq n_2$ ist, dann ist gleichwohl ein Vergleich möglich, jedoch nur dann, *wenn* das Disparitätsmaß D so konstruiert ist, dass es sich nicht verändert, wenn zu jedem Einkommensbezieher ein genau gleicher Doppelgänger hinzukäme, sich also die Gesamtheit verdoppelt (oder allgemein ver-λ-facht), so dass D von der absoluten Größe n unabhängig ist und nur von den Anteilen (*relativen* Häufigkeiten) abhängt, nicht von der absolutern Zahl der Merkmalsträger (das wäre dasAxiom K4 im Sinne der Disparitätsmaße)[37].

3. Schwierig wird es aber, wenn nun auch noch die Annahme $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$ gelockert wird, die Mittelwerte also verschieden sein können und durch Transfers auch eine Lorenzkurve entwickelt werden kann, die die ursprüngliche Kurve schneidet. Die Schwierigkeiten entstehen dadurch, dass jetzt kontroverse Auffassungen darüber möglich sind, an welchen weiteren Axiomen man sich nun orientieren sollte. Eine verbreitete Vorstellung ist jetzt die, dass D unverändert sein sollte bei gleicher *relativer* Erhöhung ($\lambda > 1$) oder Senkung ($\lambda < 1$) aller Einkommen (Axiom K1 oder Invarianz gegenüber proportionalen Transformationen)[38]. Allerdings sollte D auf eine gleiche *absolute* Veränderung der Einkommen y_i zum neuen Wert $y_i^* = y_i + a$ aber

---

[34] Man beachte, dass eine solche Beurteilung eines Transfers von reich zu arm als Ungleichheit "verringernd" und somit in gewisser Weise eine Situation "verbessernd" auch eine Orientierung an der Gleichverteilung (genauer: Einpunktverteilung, d.h. alle Einkommen sind gleich) impliziert. Das gleiche gilt für die Annahme einer entsprechenden Wohlfahrtsfunktion (gleiche individuelle Nutzenfunktionen bei abnehmender Grenznutzen), d.h. wenn ungleich verteiltes Gesamteinkommen eine geringere Wohlfahrt bedeutet als wenn das gleiche Gesamteinkommen zu gleichen Teilen verteilt wäre. Es gibt aber gute Gründe, diesen Zustand nicht als Norm anzustreben, ganz abgesehen davon, dass auch die Gleichsetzung von Gleichheit mit "Gerechtigkeit" sehr bedenklich ist.

[35] oder: Pigou-Dalton-Bedingung.

[36] Wenn ein Disparitätsmaß diesem Axiom genügt, dann scheint es unter den genannten Voraussetzungen beim Vergleich von Verteilungen in die richtige Richtung zu weisen. Es ist wiederholt gezeigt worden, dass ein solcher (egalisierender oder negativer [Disparität verringernder] bzw. regressiver) Transfer gleichbedeutend damit ist, zu einer Lorenzkurve zu gelangen, die in keinem Punkte unterhalb der bisherigen Lorenzkurve liegt.

[37] Man spricht bei diesem Axiom vom population replication principle oder der Proportionalitätsprobe. Hinsichtlich dieses Axioms unterscheiden sich auch absolute und relative Konzentration (v.d.Lippe 1993, S. 140 ff.).

[38] Mit diesem Axiom, wonach D linear homogen vom Grade Null in den Einkommen sein soll, wird das Disparitätsmaß in einem gewissen Sinne unabhängig vom Niveau der Einkommen (das wird auch Bresciani-Turroni Bedingung genannt oder mean independence). Diese verbreitete Sprechweise ist nicht sehr befriedigend, weil D ja sehr wohl auf eine (ebenfalls das Niveau verändernde) Verschiebung um den absoluten Betrag a reagieren soll.

sehr wohl reagieren, und zwar im Sinne des Axioms K3, so dass also D(y*) < D(y) wenn a > 0 und D(y*) > D(y) wenn a < 0. Man sagt, D soll *nicht verschiebungsinvariant* sein[39].

Unsere Überlegung erwähnte die folgenden Axiome in dieser Reihenfolge: K2, K4, K1 und K3. Man könnte daraus folgern, dass diese Axiome besonders wichtig sind. Innerhalb dieser vier genannten Axiome wird man damit jedoch nicht hinsichtlich der "Wichtigkeit" differenzieren können.

Es muss außerdem berücksichtigt werden, dass K1 mit guten Gründen problematisiert werden kann.

c) Kritik an der Invarianz gegenüber proportionalen Transformationen bei Disparitätsmaßen und Unterschiede in der Axiomatik von Armuts- und Disparitätsmaßen

Axiom K1 ist nicht unumstritten. Man kann es auch vertreten, das genaue Gegenteil von K1 zu fordern (also keine Invarianz gegenüber proportionalen Transformationen). Denn gegen K1 sind verschiedene Einwände erhoben worden. Nach S.Ch. Kolm (1976) lässt eine proportionale Transformation $y_i^* = \lambda y_i$, zumindest aus Sicht einer "linken" politischen Position die Ungleichheit nicht unberührt, sondern bei $\lambda > 1$ erhöht sich die Ungleichheit, weil sich damit ja auch die absoluten Einkommensunterschiede erhöhen. Ein Maß, das die oben genannten Eigenschaften hat (invariant gegenüber proportionalen Transformationen, nicht aber gegenüber einer Verschiebung), nennt Kolm "rightist"[40] und er stellt es den "leftist"-Maßen gegenüber und diskutiert auch ein verallgemeinertes ("centrist") Maß, aus dem ein linkes und ein rechtes Maß jeweils als Spezialfall hervorgehen soll.

Mit dieser Kontroverse über das Axiom der Invarianz gegenüber proportionalen Transformationen ist aber auch noch ein anderes Problem verbunden. Shorrocks 1983 weist darauf hin, dass die Disparität in Schweden größer ist als in Indien, Indonesien, Kenia oder Tansania und das, obgleich das Durchschnittseinkommen in Schweden gut zehnmal so hoch ist wie in den genannten Ländern und die Einkommen im ersten Dezil in Schweden im Schnitt höher sind als die der 5% oder gar 1% Reichsten in den verglichenen Ländern. Es fragt sich also, ob man mit einem Disparitätsmaß, bei dem das absolute Niveau, also die Höhe des Durchschnittseinkommens $\bar{y}$ praktisch keine Rolle spielt (mit K1 soll ja gerade die Unabhängigkeit vom Niveau sichergestellt werden), wirklich die "Ungleichheit" oder gar die "Ungerechtigkeit" mißt.

Die bei Disparitätsmessung wohl sinnvolle Unabhängigkeit vom (absoluten) Niveau kann bei der Armutsmessung keine sinnvolle Forderung sein. Kennzeichnend für die Armutsmessung ist ja die Bezugnahme auf eine Armutslinie z (poverty line), also eine *absolute* Einkommensgröße und die Beschränkung auf eine Teilgesamtheit der q < n "Armen"[41].

Auch wenn hinsichtlich K1 ein klarer Unterschied bestehen mag bereitet die Abgrenzung zwischen Disparitäts- und Armutsmessung gleichwohl weiter große Schwierigkeiten. Wie in Ab-

---

39 Dieses Verschiebungsaxiom markiert übrigens auch einen Unterschied zwischen Schiefe und Disparität. Im Alltagssprachgebrauch wird Disparität gerne im Sinne von Linkssteilheit verstanden. Ein Schiefemaß ist verschiebungsinvariant, ein Disparitätsmaß sollte es aber nicht sein.

40 Die meisten bekannten Maße der Disparität sind in diesem Sinne "rechte Maße". Der Unterschied, um den es hier geht, tritt auch auf bei der Unterscheidung zwischen absoluten und relativen Maßen der Streuung. Der Variationskoeffizient als Maß der relativen Streuung ist auch zugleich ein Disparitätsmaß, und zwar ein "rechtes" und als solches eine Alternative zum Gini-Maß. Entsprechend wäre das dazugehörende absolute Streuungsmaß (die Standardabweichung bzw. Ginis Dispersionsmaß) ein "linkes" Maß der Ungleichheit.

41 Man kann zeigen, dass gewisse Armutsmaße zu Disparitätsmaßen werden, wenn man die Armutslinie z in Höhe des Mittelwerts ansetzt oder die Betrachtung von den q Armen auf alle n Einkommensbezieher ausdehnt.

schnitt 2b gezeigt kann man mit einem analog[42] zum Armutsmaß konstruierten Maß des Reichtums die Disparität als Mittelwert aus Armut und Reichtum darstellen[43]. Bedenkt man schließlich, dass es z.T. die gleichen Axiome sind, denen sowohl Disparitäts- als auch Armutsmaße genügen sollen (z.B. das Transferaxiom, was im nächsten Abschnitt gezeigt wird), so ist es keineswegs einfach, klar zu sagen, worin der Unterschied des Anliegens bei der Disparitäts- und Armutsmessung besteht[44]. Mehr Klarheit wäre aber wünschenswert, denn es besteht ein Bedürfnis z.B. zu messen,

- in welchem Ausmaß Armut abnimmt durch Anhebung der Einkommen der Armen, oder aber *aller* Einkommen (Zunahme der Wohlfahrt), oder schließlich durch Abnahme der Disparität, oder
- ob der Wohlfahrtseffekt größer ist, wenn man zuerst die Armut und dann die Disparität verringert oder umgekehrt.

Wie wenig begrifflich oder auch hinsichtlich Axiome – worauf im Folgenden noch einmal eingegangen werden soll – zwischen Armut, Disparität und Streuung (Dispersion) zu unterscheiden ist, wird auch deutlich, wenn man sich einmal ansieht, welche "Armutsmaße in der Literatur diskutiert werden. Genannt werden z.B. folgende Maße[45] (relative) Spannweite, Variationskoeffizient, logarithmische Varianz, Hoover- Ungleichverteilung, Quintilenschiefe, Entropie, Theils Distanzmaß (Unterschiedlichkeit von Verteilungen) oder Ginis Disparitätsmaß. Die meisten der genannten Maße sind bekannt als Maße der (relativen) Streuung und einige sind als Disparitätsmaße gedacht. Das belegt erneut unsere These, dass "Armut" keine gegenüber Disparität sauber abgegrenzte Fragestellung der Statistik bzw. "measurement economics"[46] ist

4. Indirekte Armutsdefinition durch Axiome für Armutsmaße

Die Betrachtung von Zusammenhängen zwischen gebräuchlichen und als angemessen betrachteten Maßen von Armut (und analog von Reichtum) einerseits und Disparität andererseits liefert noch keine Beschreibung des "Wesens" der Armut (bzw. des Reichtums). Man versucht dies seit einiger grundlegender Arbeiten von A. SEN[47] mit Axiomen, denen ein sinnvolles Armutsmaß genügen sollte. Als wichtigste Axiome gelten dabei nach Sen

P1: **Monotonie**: verringert sich das Einkommen $x_i < z$ einer armen Person, so soll sich das Armutsmaß P vergrößern.

P2: **Transfer**: transferiert eine arme Person i einen Betrag d ihres Einkommens i auf eine Person k (mit $x_k > x_i$), so soll P steigen (entspricht dem Axiom K2).

---

42 d.h. aufgrund der Abstände von einer Reichtumslinie. Dieser Gedanke findet sich übrigens vor allem bei Vaughan 1987, der von einer "affluence-" oder "surplus gap ratio" spricht. Bei ihm sind Armuts- und Disparitätsmaße nur Unterformen eines allgemeinen Maßes, mit dem man eine Präferenzordnung von Einkommensverteilungen herstellen kann. Der Nachteil dieses Maßes ist jedoch, dass es in Nutzen und nicht in Geldeinheiten (Einkommen) misst. Gleiches gilt aber auch für die Betrachtung von Lewis und Ulph 1988.

43 Vgl. v.d.Lippe 1995, S. 95.

44 Vgl. Lewis und Ulph 1988. Auch Pyatt 1987 beklagt diese Unklarheit. An einigen Stellen (S. 461, 465) erweckt er den Eindruck, als behandle beides den gleichen Gegenstand nur mit einer anderen Betrachtungsweise, so wie man z.B. eine Häufigkeitsverteilung durch Momente oder durch Quantile beschreiben kann.

45 Wir verzischen hier in vielen Fällen auf die Definitionen, die jedoch leicht in der einschlägigen Literatur nachgelesen werden können.

46 Das scheint (wie mir erst durch meine Zusammenarbeit mit E. Diewert bewusst wurde) wohl ein inzwischen in der angloamerikanischen Literatur sehr etablierter Begriff zu sein.

47 A. Sen (1976), S. 219-231.

Mit P1 (und mit der Armutslinie z) wird der Aspekt der absoluten Höhe des Einkommens ins Spiel gebracht, was im Vergleich dazu bei der Disparitätsmessung nicht üblich ist. Das Transferaxiom P2 wird auch gefordert bei der Disparitätsmessung, wobei i nicht arm sein muß (also auch $x_i > z$ sein darf) und die Reihenfolge auch nach dem Transfer erhalten bleiben muß, wenn der Transfer in die umgekehrte Richtung erfolgt (von k nach i) und damit die Disparität verringert wird[48].

Das Problem ist, dass es Armutsmaße gibt, die diese Axiome nicht erfüllen (H erfüllt weder P1 noch P2 und I erfüllt nicht P2, wenn der Transfer unter zwei Personen stattfindet, die beide arm sind, so dass sich $\bar{x}_1$ nicht verändert)[49] und dass es andererseits Disparitätsmaße gibt, die diese Axiome durchaus erfüllen. Axiom P2 markiert ohnehin keinen wirklichen Unterschied zur Disparität, aber auch P1 wird von Disparitätsmaßen meist erfüllt[50]. Bei P2 müsste einschränkend hinzugefügt werden, dass sich die Anzahl der Personen und ihr Einkommen (abgesehen vom Transfer) nicht ändern darf. Die *Disparität* erhöht sich nämlich, wenn eine Person hinzutritt, die ärmer ist als die bisher ärmste Person und auch wenn eine Person hinzutritt, die reicher als die bisher reichste Person ist (was im Axiom P2 nicht vorgesehen ist). Das Armutsmaß P reagiert aber unterschiedlich. Der erste Fall erhöht das Armutsmaß (P = H) weil sich nur die die Anzahl q erhöht (man geht von $H = q/n$ zu $H^* = (q+1)/n > H$ über). Der zweite Vorgang verringert das Armutsmaß H zu $q/(n+1)$.

Das führt zu der Frage, ob nicht der entscheidende Unterschied zur Disparität darin besteht, dass man bei der Armutsmessung die Ungleichheit (im Sinne der Transferaxioms) in einer Teilgesamtheit (der Armen für die $x_i < z$ gilt) betrachtet wird[51], statt für die Gesamtheit von Armen und Reichen[52]. Dieses nicht unumstrittene "focus axiom" (kein Einfluss der Einkommen $x > z$ auf P) wird gefordert, weil sich sonst die Armut verringern könnte allein durch Erhöhung von $\bar{x}_2$ (und damit $\bar{x}$) ohne dass sich z, $\bar{x}_1$ oder H ändern. Wenn überhaupt auf "Reichtum" als Messproblem hingewiesen wird, dann wird dieses Axiom ausdrücklich nicht gefordert. Es ist auch noch niemand auf die Idee gekommen, die Disparität unter den Reichen (in unserer Notation G_2 bzw. G_3) als "Reichtumsmaß" vorzuschlagen.

Es gibt sehr viel Literatur zur axiomatischen Betrachtungsweise bei der Armutsmessung, und viele weitere Axiome (etwa zur Sensitivität eines Maßes bei gedachten Veränderungen in der Einkommensverteilung), auf die hier nicht eingegangen werden kann. Solche Betrachtungen zum "Verhalten" von Formeln bei bestimmten Gedankenexperimenten sind in der Statistik nicht selten sehr erfolgreich. So ist etwa die Axiomatik von Indexzahlen, Konzentrations- und Disparitätsmaßen weit fortgeschritten und es ist dadurch ziemlich klar geworden, wie die Erscheinungen, die mit solchen Maßen gemessen werden sollen (mit den Axiomen) zu definieren sind. Bei der Armutsmessung oder (quasi als Gegenstück) bei der Messung von Lebens-

48 Die Reihenfolge bleibt erhalten ("Überholverbot"), wenn $x_k - d > x_i + d$.

49 In Sens Armutsmaß P (gem. Gl. 9) wird dem Axiom P2 genüge getan, weil sich G_1 durch den Transfer verändert.

50 Der extreme Fall des Hinzutretens von Einheiten mit $x = 0$ ("Nullträger") markiert entscheidend den Unterschied zwischen absoluter Konzentration (oder einfach "Konzentration") und relativer Konzentration (Disparität). Erstere bleibt hiervon unberührt, letztere muß steigen.

51 In der Tat wird auch Ginis Maß für die Teilgesamtheit der Armen (in unserer Notation also G_1) als Armutsmaß empfohlen.

52 So ähnlich wird auch der Unterschied oft dargestellt. A. Sen (1976) S. 225, 229 weist darauf hin, dass mit $z = \bar{x}$ und $q = n$ sein Maß P in Ginis Maß übergehe. Diese Art der Abgrenzung zwischen Armut und Disparität ist aber, wie gesagt, höchst unbefriedigend, ganz abgesehen davon, dass beide Gleichsetzungen nicht gleichzeitig erfolgen können, denn es ist unmöglich, dass alle ein Einkommen haben, das unter dem Mittelwert liegt.

standard oder Reichtum kann davon jedoch leider keine Rede sein, obgleich hierüber schon viel gearbeitet wurde.

Um die Schwierigkeiten deutlich zu machen, seien noch kurz drei Beispiele für axiomatische Forderungen genannt:

1. Es ist unmittelbar einsichtig, dass eine Erhöhung jedes Einkommens x_j um einen konstanten absoluten Betrag a (so dass das neue Einkommen $x_j + a$ ist j = 1, ..., n) die Einkommensungleichheit verringern muss[53], aber auch hinsichtlich der Armut P ist das so. Ein Unterschied zur Disparität wird damit also nicht markiert.
2. Für die meisten Maße der Disparität (außer solchen die "leftist" im Sinne von Kolm sind) ist ferner kennzeichnend, dass sie auf eine proportionale Transformation nicht reagieren (Axiom K1) während das bei Armutsmaßen durchaus sein kann[54].
3. Man könnte meinen, dass die Armut in jedem Fall zunehmen sollte, wenn die Armutslinie angehoben wird. Aus gutem Grund wird ein solches Ergebnis nicht als Axiom postuliert. Offensichtlich wird meist H steigen (weil bei höherem z mehr Personen unter die Armutslinie fallen) und dies gilt auch für G_1, aber nicht notwendig auch für I, weil $\bar{x}_1$ stärker zunehmen kann als z.

Wie man sieht ist Armut (und wohl erst recht Reichtum) schon allein hinsichtlich der formalen Aspekte nicht befriedigend definiert und abgegrenzt gegen andere Konzepte. Dabei sind noch nicht einmal die mehr inhaltlichen Aspekte erwähnt, wie etwa die Wohlfahrtsmessung, ein Problem, das vielleicht grundsätzlich nie befriedigend gelöst werden kann (vgl. P. v. d. Lippe und C. C. Breuer (2010)).

Shorrocks bringt z.B. den Gedanken der "Effizienz" im Sinne von Anhebung des Durchschnittseinkommens $\bar{y}$ ins Spiel und spricht von einem "trade off" zwischen "efficiency" und "inequality". Das führt zur Überlegung, dass es vielleicht besser ist, ein allgemeines Maß zu entwickeln, aus dem Armut bzw. Wohlfahrt (Veränderung des Einkommensniveaus) und Disparität (die unabhängig von diesem Niveau ist) als zwei spezielle Aspekte abzuleiten sind[55], als für diese Aspekte getrennte Maße zu entwickeln. Solche Betrachtungen leiten über zur Frage der Herleitung von Maßen auf der Basis einer Nutzenfunktion.

5. Wohlfahrtstheoretische Fundierung der Disparitäts- und Armutsmessung

Wir kommen zurück zur Überlegung Einkommensverteilungen nach dem Ausmaß der (Gesamt-) Ungleichheit, die sich in ihnen manifestiert zu ordnen. Es ist richtig, dass letzten Endes über eine Präferenzordnung von Verteilungen nur auf der Basis einer sozialen Wohlfahrtsfunktion (SWF), die als Summe (!) individueller Nutzenfunktionen definiert ist, entschieden werden kann, und es ist reizvoll, Maße auf dieser Grundlage zu entwickeln (wie z.B. Daltons

53 Das ist ein Axiom der Disparitätsmessung, das sehr deutlich das Wesen der Disparität beschreibt. In diesem Sinne werden ja auch von Gewerkschaften gerne solche konstanten (einkommensunabhängigen) Zuschläge als "soziale" (die Disparität verringernde) Komponente eines Tarifvertrags bezeichnet.

54 Der Grund ist, dass nur Einkommen unterhalb von z betrachtet werden. Bestimmte Personen können jetzt Einkommen erhalten, die oberhalb von z liegen (so dass H sinkt), andererseits kann die Disparität innerhalb der Armen (also G_1) sinken und I aber auch steigen.

55 Auf die hierzu von Shorrocks 1983 entwickelte "verallgemeinerte Lorenzkurve", die durch "scaling up by the mean of the distribution" (also Multiplikation mit dem Mittelwert) aus der üblichen Lorenzkurve gewonnen wird, kann hier nicht eingegangen werden. Der Gedanke, dass nicht nur die Disparität, sondern auch die "efficiency" in eine Rangordnung von Einkommensverteilungen eingehen sollte, findet sich auch bei Pyatt 1987.

oder Atkinsons Maß, auf die hier nicht im Detail eingegangen werden kann) oder bei vorhandenen "deskriptiven" Maßen versteckte Wohlfahrtsinterpretationen herauszuarbeiten.

Die kurz erwähnten Maße (etwa von Dalton oder Atkinson) werden von zwei Größen bestimmt, den individuellen Einkommen y_i und dem daraus folgenden Mittelwert $\bar{y}$ bzw. μ) und der Steigung ε des Grenznutzens der (oder "Elastizität" SWF), die die Wirkung einer Einkommensumverteilung auf den Nutzen (oder anders gesagt: die Neigung zur Gleichverteilung der Einkommen) misst. Dabei ist natürlich die kritische und normative Größe auf die letztlich alles ankommt. Dalton's Maß $\frac{\sum_i (\mu y_i)^{1-\varepsilon}}{n}$ soll den aus der Ungleichverteilung der Einkommen resultierenden Wohlfahrts- also Nutzenverlust messen

Es sind aber nicht nur praktische Gründe, die diesen Ansatz wenig erfolgversprechend machen (es gibt natürlich Schwierigkeiten mit einer "empirischen" Wohlfahrtsfunktion und wie soll ε bestimmt werden?), sondern auch theoretische[56], die z.B. Sen veranlasste zu sagen: "The idea of measuring inequality on the basis of an overall social welfare function is fundamentally misconceived. It leads to a clearcut answer but to a question different from the one that was posed" (Sen 1978, S. 92).

Mit passenden wirtschaftstheoretisch gerechtfertigten Annahmen kann man quasi zwangsläufig zu einem fragwürdigen Werturteil gelangen. Bei gleichen Nutzenfunktionen und gegebenem Gesamteinkommen ist die gesellschaftliche Wohlfahrt dann maximal, wenn die individuellen Einkommen alle gleich sind (Hartmann 1985, S. 118 f.). So bekommt der ordinäre Neid die höheren Weihen einer Sorge um das Gemeinwohl[57]. Niemand würde z.B. argumentieren, dass es gesellschaftlich optimal ist, wenn alle den gleichen Bildungsabschluss oder den gleichen Sozialstatus und das gleiche Sozialprestige hätten. Oder man denke an Prüfungen: warum sollte es besonders gerecht oder den Nutzen steigernd sein, wenn alle Studenten bei einer Klausur die gleiche Note hätten, egal welche? Es gibt ständig Prozesse der Selektion und Differenzierung, die auch vom Standpunkt der gesellschaftlichen Wohlfahrt gewünscht sind, warum aber dann nicht beim Einkommen?

Es ist nicht überzeugend, wenn durch Bezugnahme auf die Wohlfahrt die Weichen einseitig zugunsten der Gleichheit gestellt werden. Hier zeigt sich wieder die Parallele zur Indextheorie, denn auch dort hat die (nutzentheoretische) "ökonomische Theorie der Indexzahlen" mehr Unheil angerichtet als Klarheit geschaffen[58].

Weniger wertend (und wohl auch polemisch) kann man auch auf folgende Probleme, die mit der Bezugnahme auf den "Nutzen" verbunden sind hinweisen:

---

56 Zu denken wäre dabei u.a. an die Auseinandersetzung über den welfarism, d.h. der Frage, ob die gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion nur abhängen soll von individuellen Nutzen (so der welfarism) oder ob auch überindividuelle Aspekte wie Ausbeutung, Freiheit, Moral usw. in sie eingehen sollen.

57 Im nächsten Abschnitt wird genau diese Gleichheit der Einkommen als Norm oder Ausgangspunkt (oder "benchmark") der Disparitäts- und Armutsmessung kritisiert. Es ist wichtig zu sehen, dass die Präferenz für Einkommensgleichheit ein Werturteil ist, das dem entsprechenden Disparitätsmaß über die SWF untergeschoben wird.

58 Was das "Unheil" betrifft, so denke ich an die Diskussion in den USA über die angebliche Übertreibung durch den Verbraucherpreisindex, die sich auch auf die ökonomische Theorie der Indexzahlen berief. Das Problem des "Nutzens" ist, dass er - wie oben bereits angedeutet - sinnvolle Unterscheidungen auflöst. Autos und Waschmaschinen sind Güter. Sie werden mit Einkommen gekauft und haben Preise. Aber der Genuss an der Bewegungsfreiheit oder die Freude an der Sauberkeit als Elemente eines "Nutzens" sind keine teilbaren oder zu "bepreisende" Objekte und es ist nicht einfach zu sagen, mit welchem "Einkommen" sie "gekauft" werden.

- Der Versuch Messkonzepte auf den "Nutzen" zu fundieren verleitet zur Ausuferung und Vernebelung von Begriffen sowie zum
- Versuch ein Operationalisierungsproblem durch Schaffung eines weiteren Problems dieser Art "lösen", wenn man sich nicht sogar einfach im Kreise dreht.

Die Ausuferung ist u. a. beim Einkommens- und Vermögensbegriff zu beobachten. Sobald das Einkommen mehr umfasst als das Arbeitseinkommen als Kontrakteinkommen bei unselbständiger Beschäftigung wird die Abgrenzung schwierig. Schon bei den Gewinnen geht es mit den Schwierigkeit los. Aber vom Standpunkt des Nutzens wird auch die Einbeziehung unentgeltlicher staatlicher Leistungen, den Zugang zu einflussreichen Positionen, immaterielle Privilegien, Sicherheit des Arbeitsplatzes, Freiheiten bei der Ausübung der Tätigkeit, die Umstände der Güterversorgung, wie z.B. der Zeitbedarfs (oder die "convenience") der Güterbeschaffung usw. für nötig befunden. Entsprechend ist die Einkommensverteilung mehr oder weniger "gerecht". Weiter wird argumentiert, dass es gar nicht so sehr auf das gegenwärtige Monats- oder Jahreseinkommen ankäme, sondern auf das Lebenseinkommen[59] und dessen "Nutzen". Dann geht es damit auch um Fragen wie diese: um wie viel ist ein kurzes Leben in Reichtum besser als ein langes Leben in Armut?

Ähnlich verhält es sich beim Vermögen. Vom Standpunkt des Nutzens sind viele geneigt, auch "Humanvermögen" oder "Sozialvermögen" (Ansprüche gegenüber der Gesetzlichen Rentenversicherung)[60] und ähnliche Konzepte in den Vermögensbegriff einzubeziehen, der damit entsprechend ausufert und wenig operational wird.

Die Nutzenbetrachtung wird oft als Rechtfertigung dafür genommen, Einkommensgleichheit bei der Konstruktion eines Disparitäts- oder auch Armutsmaßes quasi als anzustrebendes Ideal zu unterstellen. Das leitet über zu einer vielbeachteten Diskussion darüber ob es wirklich sinnvoll ist, die egalitäre Verteilung als Situation zu postulieren in der die Disparität Null (also minimal) ist.

6. Sollte Gleichheit die Untergrenze bei Disparitäts- und Armutsmaßen sein?

In diesem Abschnitt soll hingewiesen werden auf eine durch Morton Paglin ausgelöste Diskussion über die Gleichverteilung der Einkommen als Referenzlinie für eine minimale (Null betragende) Disparität. Paglin hat 1975 am Beispiel des Alters die Orientierung an der Gleichverteilungsgerade (also an $y_i = \bar{y}$ für alle i) kritisiert[61]: Es ist nicht Ausdruck einer vermeidbaren, möglichst zu beseitigenden Ungleichheit, wenn z.B. ein 15-jähriger Schüler weniger Einkommen hat als ein 40-jähriger Erwerbstätiger. Es ist auch nicht als "gerecht" anzustreben, dass beide gleich viel verdienen. Genau das (gleiches Einkommen für alle) wird aber als Ideal, als Norm implizit bei der Disparitätsmessung gefordert[62].

Es wäre im Grunde nötig zu unterscheiden (und schön, wenn man es könnte) zwischen

---

59 Das zu schätzen ist aber wegen der Unsicherheit über künftige Einkommen und die Diskontrate schwierig.

60 Nach einer Schätzung des Instituts der deutschen Wirtschaft 1997 ist dieses mit rund 9 Billionen DM etwa doppelt so groß wie das gesamte Geldvermögen der Privaten Haushalte.

61 Der Aufsatz (Paglin 1975) hatte ein ganz außergewöhnlich großes Echo in Form zahlloser Kommentare der verschiedensten Autoren und Repliken von Paglin gefunden.

62 Mir ist kein Disparitätsmaß D bekannt, bei dem D = 0 in einer anderen Situation als der der Gleichverteilung auftritt.

- *politikrelevanten* Unterschieden im Einkommen zwischen Personen, die die gleichen Voraussetzungen mit sich bringen (z.B. hinsichtlich des Alters, der Ausbildung usw.). und
- Unterschieden, die in diesen Voraussetzungen begründet sind und *nicht ungerecht* sind.

Kurien 1977, der in dieser Weise das Problem, das Paglin lösen wollte, sehr schön verallgemeinert hatte, spricht im ersten Fall von "differences in opportunities" und im zweiten Fall von "choice related", "spurious" oder "residual inequality". Ein gutes Disparitätsmaß sollte nur Unterschiede der ersten Art messen und alle Unterschiede der zweiten eliminieren.[63]

Paglin hat das versucht, indem er Ungleichheit nicht definierte als Abweichung des Einkommens y_i von $\bar{y}$, den *Gesamt*mittel, sondern von dem Mittelwert der jeweiligen Altersgruppe zu der i gehört. Die allein relevante Ungleichheit ist also nur die Abweichung vom "normalen" (durchschnittlichen) Alters-Einkommens-Profil, die Streuung der Einkommen *innerhalb* der Altersklassen, nicht *zwischen* ihnen.

Paglins Lösung, die darin besteht, dass sich quasi zwischen Gleichverteilungsgerade (G) und (der traditionellen) Lorenzkurve (L) noch eine Alters-Lorenzkurve (A) schiebt und nicht die Fläche zwischen L und G als Maß der Disparität gilt (wie beim Gini-Koeffizient), sondern die kleinere Fläche zwischen L und A, kann nicht befriedigen. Der Unterschied zwischen den beiden Kurven verschwindet z.B. dann, wenn die Daten nicht in Größenklassen nach dem Alter eingeteilt sind, sondern als individuelle Daten vorliegen[64].

Aber Paglins Anliegen, zu zeigen, dass die Gleichverteilungsgerade eigentlich keine sinnvolle "Null-Disparität" darstellt[65] ist berechtigt und bleibt zu lösen. Nur was ist die Alternative? Kurien 1977 und andere Autoren haben viele weitere Faktoren genannt, die oben nur etwas vage "Voraussetzungen" genannt wurden, die zusätzlich zum Alter zu "berücksichtigen" wären: Bildung, Erwerbsbeteiligung, Wohnort, ja sogar Geschlecht und "colour of skin" (Minarik 1977, S. 514).

Aber wenn man alle solche Faktoren eliminiert, die Unterschiede darstellten, die nicht zu beseitigen sind und deshalb auch Unterschiede zur Folge haben, die nicht ungerecht sind, was bleibt dann noch als "echte" Disparität übrig?

Statt die Disparität wegzudiskutieren, indem man mehr und mehr Faktoren eliminiert, die systematisch Ungleichheit erzeugen (oder von denen man annimmt, dass sie dies tun)[66], dürfte es vielleicht klüger sein, ein Disparitätsmaß zu verwenden, das additiv zerlegbar ist in Komponenten, die z.B. auf die Unterschiedlichkeit des Alters oder andere Faktoren zurückzuführen sind. Man könnte dann nach Art der Varianzanalyse zwischen "erklärter" und "residualer"

---

63 Aber auch das ist natürlich leichter gesagt als getan. Man denke an Unterschiede im Einkommensniveau zwischen Voll- und Teilzeitbeschäftigten. Ist Teilzeitbeschäftigung immer eine freie Wahl und die Geringerbezahlung deshalb nicht ungerecht oder ist sie nicht auch oft ungewollt, also Ausdruck ungerechter Benachteilung?

64 Es ist überraschend, dass dieser naheliegende Einwand erst sehr spät kam (Formby, Seaks und Smith 1989). Auf die zahlreichen anderen Einwände und Paglins Erwiderung hierzu kann hier nicht eingegangen werden.

65 Ein anderes Problem, dass die vielbeachtete Arbeit von Paglin 1975 aufwarf, ist der Unterschied zwischen Alters- und Generationeneffekten beim Einkommen. Man kann sicher nicht annehmen, was Paglin implizit tut (Johnson 1977), dass das Alters-Einkommens-Profil bei allen Generationen (Kohorten) gleich ist. Bei Fragen der Einkommensmobilität und der Interpretation der Veränderung der Disparität gibt es noch viel zu klären.

66 Ein solches Vorgehen ist nicht wirklich tragfähig. Wir haben den Versuch, am Bedarf orientierte, "gerechtfertigte" Unterschiede zu berücksichtigen, z.B. auch bei der Konstruktion von Äquivalenzskalen oder allgemein von "Normeinkommen" (wie hoch sollte das Einkommen sein bei Berücksichtigung der Haushaltsgröße usw.?). Das mag sicher besser sein als explizit oder implizit zu fordern, dass jeder ein gleich großes Einkommen haben sollte. Aber auch hier gibt es Probleme der praktischen Durchführung und kein Ende, wenn man sich fragt, was ein Normeinkommen alles berücksichtigen sollte und wie es das jeweils tun sollte (Jenkins und O'Higgings 1989).

Disparität unterscheiden. In der Theorie solcher Maße ist man in letzter Zeit sehr weit gekommen. Alle auf dem Konzept der Entropie beruhenden Maße haben in dieser Hinsicht große Vorteile.

In der empirischen Anwendung (vgl. Schwarze 1996, Prinz 1990) gibt es jedoch Probleme, nicht nur weil solche Maße nicht sehr anschaulich sind, sondern auch weil das Ausmaß ihrer Veränderung selbst wieder in Komponenten zu zerlegen ist. Man erhält dann sehr schnell sehr viele Zahlen, deren Aussage als Maße für Intra- und Interklassendisparitäten, echte und strukturbedingte Effekte usw. jeweils einzuordnen ist, wobei auch noch zu berücksichtigen ist, dass man schon bei geringer Variation der Daten mit sehr unterschiedlichen Ergebnissen rechnen muß.

7. Additiv zerlegbare Maße

Abschließend betrachten wir eine Eigenschaft, die von großer Bedeutung ist und hinsichtlich derer auch wieder der Stand der Entwicklung bei Armutsmaßen deutlich weniger befriedigend ist als bei Disparitätsmaßen. Es gibt additiv zerlegbarer Disparitätsmaße aber keine entsprechende Möglichkeit der Disaggregation bei Armutsmaßen. Um zu sehen, dass das ein Manko ist, soll zunächst die Nützlichkeit einer Zerlegbarkeit dargelegt werden.

a) Der Vorteil zerlegbarer Disparitätsmaße

Wenn in der Statistik von "Erklärung" die Rede ist, dann wird meist eine Zerlegung einer Gesamtheit in sich gegenseitig ausschließende und die ganze Gesamtheit umfassende Teilgesamtheiten, also eine Partition vorgenommen. Das Kriterium, nach dem Teilgesamtheiten gebildet werden, ist dann der "erklärende" Sachverhalt. Das bekannteste Muster dieser Argumentation ist die Varianzzerlegung der Variable y: Die Gesamtvarianz s_y^2 kann dargestellt werden als Summe der Varianz *zwischen* den Mittelwerten $\bar{y}$ (j = 1, ..., k) der k Teilgesamtheiten ("externe" oder "erklärte" Varianz) und eines Mittelwerts der k Varianzen *innerhalb* der k Teilgesamtheiten ("interne" Varianz). Warum eine solche Vorgehensweise nützlich ist und nicht nur bei der Varianz, sondern z.B. auch bei der Disparität möglich sein sollte (was davon abhängig ist, welches Disparitätsmaß verwendet wird), wird deutlich, wenn man die Kriterien betrachtet, nach denen Teilgesamtheiten gebildet werden können.

Es ist nützlich, hierbei zwischen *Größenklassen* (hinsichtlich des Untersuchungsmerkmals y, was z.B. das Einkommen sein möge) und *Gruppen* zu unterscheiden. Im ersten Fall ist nicht nur $\bar{y}_2 > \bar{y}_1$, sondern jede der n_1 Einheiten der Größenklasse 1 hat ein kleineres Einkommen als jede der n_2 Einheiten der Größenklasse 2. Gruppen können sich dagegen überlappen, etwa Gruppen aufgrund des Merkmals Alter, Wohnort, Geschlecht usw.

Gruppenbildung aufgrund eines anderen Merkmals[67] x ist von Interesse, weil damit festgestellt werden kann, inwieweit die beobachtete Gesamt-Disparität auf unterschiedliche Einkommen der nach x gebildeten Gruppen, $\bar{y}(x_1)$, $\bar{y}(x_2)$,... (also auf eine Disparität *zwischen* den Gruppen) zurückzuführen ist. Man sagt dann, ein Teil der Disparität wird "erklärt" durch x, das Alter oder (bei Haushaltseinkommen) die Haushaltsgröße usw.

Ein Disparitätsmaß ist "*additiv*" oder "additiv *zerlegbar*" (decomposable), wenn es darstellbar ist als Summe einer Komponente, die auf Disparität *zwischen* und eine, die auf Disparität *innerhalb* der Teilgesamtheiten zurückzuführen ist. Es ist notwendig, hier weitere Unterscheidungen einzuführen. Bevor dies geschieht, sollte aber noch ein weiterer Vorzug der Zerleg-

67 d.h. ein anderes Merkmal als das Untersuchungsmerkmal y.

barkeit und eine Alternative zur Verwendung eines zerlegbaren Disparitätsmaßes aufgezeigt werden.

Ein weiterer Vorteil der Zerlegbarkeit neben dem der Interpretation als "Erklärung" ist, dass unter diesen Voraussetzungen ein Disparitätsmaß unabhängig davon ist, wie viele Teilgesamtheiten gebildet werden und nach welchem Prinzip sie gebildet werden, jeweils zum gleichen Wert führt. Ein solches Maß ist somit unabhängig vom Niveau der Aggregation bzw. Disaggregation.

Steht die Interpretation mit Erklärungsbeiträgen im Vordergrund und nicht die zuletzt genannte Unabhängigkeit von der Zusammensetzung der Gesamtheit, so gibt es auch eine Alternative. Man kann z.B. den Wert des Disparitätsmaßes I bei den tatsächlichen Einkommen mit dem Wert I* dieses Maßes vergleichen, den man bei fiktiven Einkommen hätte, z.B. bei Einkommen, die sich ergäben, wenn sich die Struktur hinsichtlich Alter, Haushaltsgröße usw. nicht geändert hätte. Man kann I* ein "*standardisiertes*" Disparitätsmaß nennen und das Verfahren Standardisierung oder "shift-share analysis". Eine solche Vorgehensweise hätte jedoch den Nachteil, dass

- sich die erklärten und residualen Anteile nicht notwendig zu 100% addieren,
- die Betrachtung schwierig wird, wenn nach mehr als einem Merkmal Gruppen gebildet werden, und
- schon bei wenigen Gruppierungsmerkmalen eine kaum noch zu überblickende Fülle von Vergleichen zwischen I- und I*-Werten entsteht,

so dass sie oft schwerer zu handhaben ist als die Verwendung eines zerlegbaren Disparitätsmaßes (Mookherjee/Shorrocks 1982, S. 886)[68].

b) Was heißt additive Zerlegbarkeit?

Man kann zunächst allgemein "Zerlegbarkeit" (Z) eines Disparitätsmaßes I definieren. Sie ist gegeben, wenn sich bei zwei (ohne Beschränkung der Allgemeinheit) Einkommensverteilungen (oder -vektoren) **x** und **y** (z.B. zwei Teilgesamtheiten) das Gesamtmaß aus irgendeiner Aggregatorfunktion A ( ) ergibt als

(10) $I(x,y) = A(I(x), \Theta(x), I(y), \Theta(y))$.

wobei Θ ein Vektor von Parametern (meist Gruppenumfänge und -mittelwerte) ist.

Ein Disparitätsmaß I ist nach Shorrocks 1980, 1982 nicht nur zerlegbar (decomposable oder aggregative)[69], sondern additiv zerlegbar (AZ, *additively* decomposable), wenn gilt

(11) $I(x,y) = I(x) + I(y) + I(\bar{x}, \bar{y})$,

wobei $\bar{x}$ (entsprechend $\bar{y}$) derjenige Einkommensvektor ist, der sich ergibt, wenn bei gleichem Gesamteinkommen jede Einheit das gleiche Einkommen hat.

---

68 Andererseits ist die Betrachtung der fiktiven Einkommen als solche möglicherweise von Interesse und sie mag zusätzliche Interpretationen erlauben, die über das zusammengefasste Maß des "Erklärungsbeitrags" hinausgehen.

69 Nach Shorrocks 1984, S. 1370 ist bei Z nur gefordert, dass das aggregierte I eine Funktion der Gruppenmittelwerte, -umfänge und -disparitäten sein soll. Eine ähnliche Unterscheidung zwischen "aggregativity" und "(additive) decomposability" findet man auch bei Bourguignon 1979. Letztere ist nach Bourguignon nur dann gegeben, wenn man die "within group"-Disparität für beliebige feinere Partitionen weiter in Summanden zerlegen kann.

Übersicht 3: Additive Zerlegung der Disparitätsmaße der "generalized entropy family"
vgl. Mookherjee/Shorrocks 1982, 889 f.

Notation: i=1, 2, ..., n Einzelbeobachtungen, eingeteilt in k = 1, 2,..., K Gruppen (Teilgesamtheiten mit jeweils n_k Elementen [so dass $\Sigma n_k = n$] und den Mittelwerten μ_k). Gesamtmittel $\mu = \Sigma\mu_k$ Gruppenanteile $v_k = n_k/n$ und Einkommensanteile $\lambda_k = \mu_k/\mu$.
$I_{c,k}$ ist das entsprechende Disparitätsmaß innerhalb der k-ten Gruppe. I_0 heißt auch mean logarithmic deviation und I_1 ist der Koeffizient von Theil. Zur Entropie Familie gehören auch die Maße von Atkinson.

aggregiert (total)	extern (between groups)	intern (within group)
$I_c = \frac{1}{n}\frac{1}{c(c-1)}\sum_i\left[\left(\frac{y_i}{\mu}\right)^c - 1\right]$ $c \neq 0{,}1$ (allgemein*)	$\frac{1}{c(c-1)}\sum_k v_k\left[(\lambda_k)^c - 1\right]$	$\sum_k v_k(\lambda_k)^c I_{c,k}$
$I_0 = \frac{1}{n}\sum_i \log\left(\frac{m}{y_i}\right)$	$\sum_k v_k \log\left(\frac{1}{\lambda_k}\right)$	$\sum_k v_k I_{0,k}$
$I_1 = \frac{1}{n}\sum \frac{y_i}{\mu}\log\left(\frac{y_i}{\mu}\right)$	$\sum_k v_k\lambda_k \log(\lambda_k)$	$\sum_k v_k\lambda_k I_{1,k}$

* für beliebige Werte von c außer 0 und 1, etwa die folgende monotone Transformation des Variationskoeffizienten $V = \sigma/\mu$

Übersicht 4: Additive Zerlegung von Ginis Disparitätsmaß G
Notation in Analogie zu Übers. 3

total	$G = \frac{1}{2n^2\mu}\sum_i\sum_j \lvert y_i - y_j\rvert = \frac{\Delta}{2\mu} \quad i,j,\ldots,n$ $= G_{ext} + G_{int} + R \ (R = \text{Restglied})$
extern	$G_{ext} = \frac{1}{2n^2\mu}\sum_k\sum_h n_k n_h \lvert\mu_k - \mu_h\rvert = \frac{1}{2}\sum_k\sum_h v_k v_h \lvert\lambda_k - \lambda_h\rvert$
intern	$G_{int} = \sum_k v_k^2\lambda_k G_k \ (G_k = \text{Gini Koeffizient in der } k-\text{ten Gruppe})$

Δ = Ginis *Dispersions*maß (v.d.Lippe 1993, S. 162) dieses *Streuungs*maß ist nicht zu verwechseln mit dem Disparitätsmaß, das oben in der Regel mit G bezeichnet wurde,

Der dritte Term ist dann Ausdruck der ("erklärten") Disparität zwischen (within) den Gruppen, eine Größe, die bei Z (im Unterschied zu AZ) nicht notwendig explizit auf der rechten Seite der Gleichung (Gl. 10) erscheinen muß. In diesem Sinne ist[70], z.B. das Maß von Atkinson Z aber nicht AZ und Ginis Maß ist Z, *wenn* sich die Teilgesamtheiten *nicht* überschneiden (also im Falle von Größenklassen, nicht aber bei Gruppen).

Fragt man nach Disparitätsmaßen, die neben der Eigenschaft AZ auch skaleninvariant[71] (Axiom K1 in Übers. 2.) und symmetrisch[72] sind, so erhält man Disparitätsmaße der "Generalized Entropy Family", die in der folgenden Übers. 3 dargestellt sind (Shorrocks 1984, S. 1370,

70 Für die folgenden Ergebnisse vgl. Shorrocks 1984, S. 1378, 1384.

71 oder "homogen vom Grade Null in den Einkommen".

72 Es kann evtl. sinnvoll sein, unterschiedlich vorzugehen bei der Disparität innerhalb verschiedener Gruppen (Cowell 1980, Shorrocks 1980 und 1984). Symmetrie wird hier verstanden als "intergroup impartiality" (Cowell 1980, S. 530).

Cowell/Jenkins 1995, S. 423f.). Das allgemeine Maß ist in der Übers. 3 angegeben. Wie man sieht erhält man z.B. für c = 2

$$(12) \qquad I_2 = \frac{1}{2n\mu^2}\sum\left(y_i - \mu\right)^2 = \frac{1}{2}V^2 .$$

Literatur

Anand, Sudhir (**1977**), Aspects of Poverty in Malaysia, Review of Income and Wealth, Vol. 23, S.

Atkinson, A.B. (**1970**), On the Measurement of Inequality, Journal of Economic Theory 2, S. 244-263.

Atkinson, A.B. (**1996**), The Distribution of Income, Evidence, Theories and Policy, De Economist, Vol. 144, Nr. 1, S. 1-21.

Atkinson, A.B., **Bourguignon**, F. (**1982**), The Comparison of Multi-Dimensioned Distribution of Economic Status, Review of Economic Studies 49, S. 183-201.

Becker, Irene, **Hauser**, Richard (**1995**), Die Entwicklung der Einkommensverteilung in der Bundesrepublik Deutschland in den siebziger und achtziger Jahren, Konjunkturpolitik 41, S. 308-344.

Blackorby, C., **Donaldson**, D. (**1978**), Measures of Relative Equality and Their Meaning in Terms of Social Welfare, Journal of Economic Theory 18, S. 59-80.

Bourguignon, F. (**1979**), Decomposable Income Inequality Measures, Econometrica, vol. 47, S. 901-920.

Buhmann, B., **Rainwater**, L., **Schmaus**, G., **Smeeding**, T.M. (**1988**), Equivalence Scales, Well-Being, Inequality and Poverty, Sensitivity Estimates Accross Ten Countries Using the Luxembourg Income Study (US) Database, Review of Income and Wealth, Bd. 32, S. 115-142.

Clark, S., **Hemming**, R., **Ulph**, D. (**1981**), On Indices for the Measurement of Poverty, Economic Journal, vol. 91, S. 515-526.

Cowell, F.A. (**1980**), On the Structure of Additive Inequality Measures, Review of Economic Studies, Vol. 48, S. 521-531.

Cowell, F.A. (**1988**), Inequality Decomposition, Three bad Measures, Bulletin of Economic Research 40, Nr. 4, S. 309-312.

Cowell, F.A., **Jenkins**, S.P. (**1995**), How much Inequality can we Explain, A Methodology and an Application to the United States, Economic Journal, Vol. 105, S. 421-430.

Cowell, G., **Kuga**, K. (**1981**), Additivity and Entropy Concept, An Axiomatic Approach to Inequality Measurement, Journal of Economic Theory, Vol. 25, pp. 131 - 143.

Danziger, Sheldon, **Havemann**, Robert, **Smolensky**, Eugene (**1977**), The Measurement and Trend of Inequality Comment, American Economic Review Nr. 3, Vol. 67, S. 505-512.

Dasgupta, P.A., **Sen**, A., **Stawett**, D. (**1973**), Notes on the Measurement of Inequality, Journal of Economic Theory 6, S. 180-188.

Duclos, Jean-Yves **u. A. Araar (2006)**, Poverty and Equity: Measurement, Policy and Estimation with DAD, (Springer und Internat. Development Research Centre, Ottawa)

Eltetö, Ö., **Frigyes**, E. (**1968**), New Income Inequality Measures as Efficient Tools for Causal Analysis and Planning, Econometrica 36, S. 383-396.

Formby, John P., **Seaks**, Terry G., **Smith**, W. James (**1989**), On the Measurement and Trend of Inequality, A Reconsideration, American Economic Review, Vol. 79, S. 256-264.

Foster, J., **Greer**, J., **Thorbecke**, E. (**1984**), A Class of Decomposable Poverty Measures, Econometrica 52, S. 761-766.

Gastwirth, J.L. (**1971**), A General Definition of the Lorenz Curve, Econometrica 39, S. 1037-1039.

Groh-Samberg O. u. J. **Goebel** (2007), Armutsmessung im Zeitverlauf, Wirtschaftsdienst 2007/6, S. 397-403

Gruske, K.D. (**1981**), Umverteilung der Einkommen nach Generationen. Eine Analyse nach Paglins verteilungstheoretischem Konzept, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 196/3, S. 239-255.

Hagenaars, A.J.M., **van Praag**, B.M.S. (**1985**), A Synthesis of Poverty Line Definitions, Review of Income and Wealth, Vol. 31, S. 139 ff.

Hanesch, Walter (**1993**), Zwischen Effizienz und Gerechtigkeit. Reichtumg und ökonomische Ungleichheit in der Verteilungstheorie; in: Muster, Ernst-Ulrich (Hrsg.), Reichtum in Deutschland.

Hartmann, Peter H. (**1985**), Die Messung sozialer Ungleichheit, Pfeffenweiler (Centaurus Verlag).

Hauser, R. (**1992**), Die personelle Einkommensverteilung in den alten und neuen Bundesländern vor der Vereinigung. Probleme eines empirischen Vergleichs und der Abschätzung von Entwicklungstendenzen; Kleinhenz, G. (Hrsg.), Sozialpolitik im vereinigten Deutschland II, Berlin, S. 37-72.

Hauser, R., **Semrau**, P. (**1990**), Zur Entwicklung der Einkommensarmut von 1963-1986; Sozialer Fortschritt, Nr. 2, S. 27-36.

Hirsch, F. (**1976**), The social limits of growth, Cambridge, Mass., Harvard-University Press; deutsch: Die sozialen Grenzen des Wachstums (1980), Reinbeck bei Hamburg.

Huster, Ernst-Ulrich (**1993**), Reichtum in Deutschland. Der diskrete Charme der sozialen Distanz, Frankfurt/M., New York.

Jenkins, Stephen, **O'Higgings**, Michael (**1989**), Inequality Measurement using "Norm Incomes": were Garvy and Paglin onto something after all? Review of Income and Wealth Series 35, Nr. 3, S. 265-282.

Johnson, William R. (**1977**), The Measurement and Trend of Inequality, Comment. American Economic Review, Vol. 67, Nr. 3, S. 502-504.

Julka, A.C., **Sharma**, P.K. (**1994**), Measurement of Net Economic Inequality. An Alternative Approach. Journal of Quantitative Economics, Vol. 10, Nr. 1, S. 199-211.

Kaiser, J. (**1997**), Wirtschaftliche und soziale Lage von Niedrigeinkommensbeziehern, Wirtschaft und Statistik 9, S. 653 ff.

Kakwani, N.C. (**1980 a**), Income Inequality and Poverty Methods of Estimation and Policy Applications, A World Bank Research Publication, New York etc.

Kakwani, N.C. (**1980 b**), On a Class of Poverty Measures, Econometrica 48, S. 437-446.

Kolm, S. Ch., (**1976**), Unequal Inequalities I, Journal of Economic Theory, 12, S. 416 ff.

Kondor, Yaakov (**1971**), An Old-New Measure of Income Inequality, Econometrica, vol. 39, Nr. 6, S. 1041-1042.

Krämer, Hagen (**1995**), Die Entwicklung von Verteilungsspielräumen, Einkommenszuwächsen und funktionaler Vertreilung in der Bundesrepublik Deutschland von 1950-1994. Konjunkturpolitik Jg. 1995, S. 345-371.

Krämer, Walter (**2000**), Armut in der Bundesrepublik, Zur Theorie und Praxis eines überforderten Begriffs, Campus Verlag, Frankfurt, New York, 2000

Krelle, Wilhelm, **Shorrocks**, Anthony F. (**1978**), Personal Income Distribution, Proceedings of a Conference held by the International Economic Association, Noordwijk aan Zee, Netherlands, April 18-23, 1997.

Kurien, C. John (**1977**), The Measurement and Trend of Inequality. Comment. American Economic Review, Vol. 67, Nr. 3, S. 517-519.

Leßmann, Ortrud (**2007**), Konzeption und Erfassung von Armut, Vergleich der Lebenslage-Ansatzes mit Sens "Capability" Ansatz, Berlin

Lewis, G.W., **Ulph**, D.T. (**1988**), Poverty, Inequality and Welfare. Economic Journal, 98 (Conference Papers Supplement), S. 117-131.

v. d. Lippe, Peter (**1993**), Deskriptive Statistik, Stuttgart, Jena,

v.d.Lippe, Peter (**1995**), Die Messung des Lebensstandards, W. Fischer (Hrsg.), Lebensstandard und. Wirtschaftssysteme, Frankfurt/M., S. 57-102.

v.d.Lippe, Peter (**1996**), Statistische Wohlfahrtsindikatoren. Die Messung des Lebensstandards. Statistisches Bundesamt 1996, S. 39-72.

v.d.Lippe, Peter u. **Kladroba** Andreas (**2004**), Messung komplexer Variablen als Summe von Punktzahlen: Eine beliebte Methode des measurement without theory, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik Bd. 224, S. 115-134.

v. d. Lippe, Peter u. Claus Christian **Breuer** (**2010**), Wohlstand – keine Alternative zum BIP, Wirtschaftsdienst 7/2010, S. 444 -451.

Mehrau, Farhad (**1976**), Linear Measures of Income Inequality, Econometrica, Vol. 44, Nr. 4, S. 805-809.

Michal, Jan. M (**1978**), Size Distribution of Household Incomes and Earnings in Developed Socialist Countries. With a proposed Marginal-Utility-Weighted Gini Coefficient, Krelle/Shorrocks, S. 199-225.

Minarik, Joseph (**1977**), The Measurement and Trend of Inequality. Comment. American Economic Review, Vol. 67, Nr. 3, S. 513-516.

Mookherjee, D., **Shorrocks**, A.F. (**1982**), A Decomposition Analysis of the Trend in U.K. Income Inequality, Economic Journal, Vol. 92, S. 886-902.

Ng, Y.K, (**1981**), Welfarism, A Defence against Sen's Attack, Economic Journal, Vol. 91, pp. 527-530.

Nelson, Eric R., (**1977**), The Measurement and Trend of Inequality, Comment, American Economic Review, Vol. 67, Nr. 3, S. 497-501.

Paglin, Morton (**1975**), The Measurement and Trend of Inequality, A Basic Revision. American Economic Review, Vol. 65, Nr. 4, S. 598-609.

Paglin, Morton (**1977**), The Measurement and Trend of Inequality, Reply, American Economic Review, Vol. 67, S. 520-531.

Paglin, Morton (**1979**), The Measurement of Inequality, Reply, American Economic Review, Vol. 69, S. 673-677.

Paglin, Morton (**1989**), On the Measurement and Trend of Inequality, Reply, American Economic Review, Vol. 79 (1), S. 265-266.

Peichl, A., **Schaefer**, T u. **Scheicher**, G. (**2010**), Multidimensional Measurement of Richness, Theory and Application to Germany, Review of Income and Wealth 56, S. 597-619.

Pflug, Georg (**1979**), Statistische Konzentrationsmaße. Ein mathematischer Überblick. Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 63, S. 240-259.

Piachaud, David (**1992**), Wie misst man Armut? in S. Leibfried u. W. Voges (Hrsg.) Armut im modernen Wohlfahrtsstaat, Opladen,

Piesch, Walter (**1971**), Lorenzkurve und inverse Verteilungsfunktion. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 185, S. 209-234.

van Praag, Bp.M.S. et al. (**1980**), The Poverty Line-A Pilot Survey in Europe, Review of Economics and Statistics, Vol. 62, S. 461.

van Praag, B.M.S. et al. (**1982**), Poverty in Europe, Review of Income and Wealth, Vol. 228, S. 345.

Prinz, Aloys (**1990**), Trends in der Entwicklung der Ungleichheit der Einkommensverteilung in der Bundesrepublik Deutschland, Konjunkturpolitik, 5. Jg. 36, S. 257-277.

Pyatt, G. (**1976**), On the Interpretation and Disaggregation of the Gini Coefficient, Economic Journal, Vol. 86, pp. 243-255.

Pyatt, G. (**1987**), Measuring Welfare, Poverty and Inequality. Economic Journal, Vol. 97, S. 459-467.

Rosenbluth, G. (**1951**), Note on Mr. Schutz's Measure of Income Inequality, American Economic Review 41, S. 935-937.

Schaich, Eberhard (**1971**), Lorenzkurve und Gini-Koeffizient in kritischer Betrachtung. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 185, S. 193-207.

Schaich, Eberhard (**1995**), Sensitivitätsanalyse von Armutsmaßen, Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 79, S. 376-401.

Schaich, E., **Wisniewski**, M. (**1990**), Sensitivitätsanalyse von Disparitätsmaßen, Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 74, S. 457-488.

Scheuerle, Ulrich (**1996**), Armut und Ungleichheit - Konzepte, Maße, Statistisches Bundesamt (Hrsg.), Wohlfahrtsmessung,..., Stuttgart 1996, S. 73-96.

Schmidt, F. (**1991**), Zur Sensitivität von Disparitätsmaßen. Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 75, S. 155-167.

Schutz, R.R. (**1951**), On the Measurement of Income Inequality, American Economic Review 41, S. 107-122.

Schwarze, Johannes (**1996**), How Income Inequality Changed in Germany Following Reunification, An Empirical Analysis using Decomposable Inequality Measures, Review of Income and Wealth, Series 42, Nr. 1, S. 1-11.

Sen, Amarthya (**1973**), On Economic Inequality, New York (Norton), Clarendon Press, Oxford. The Radcliffe Lectures, Delivered in the University of Warwick 1972.

Sen, Amarthya (**1976**), Poverty: An ordinal Approach to Measurement, Econometrica, Vol. 44, S. 219-231.

Sen, A. (**1978**), Ethical Measurement of Inequality. Some Difficulties, in: Krelle u. Shorrocks, S. 81-94.

Sheskin, E. (**1971**), Relation Between a Social Welfare Funciton and the Gini Index of Income Inequality. Journal of Economic Theory, 4, S. 98 ff.

Shorrocks, A.F. (**1980**), The Class of Additively Decomposable Inequality Measures, Econometrica, vol. 48, S. 613-625.

Shorrocks, A.F. (**1983**), Ranking Income Distributions, Economica, Vol. 50, S. 3-17.

Shorrocks, A.F. (**1984**), Inequality Decomposition by Population Subgroups, Econometrica, Vol. 52, S. 1369-1385.

Shorrocks, A.F., **Foster**, J.E. (**1987**), Transfer Sensitive Inequality Measures, Review of Economic Studies, 54, S. 485-497.

Squire, Lynn (**1993**), Fighting Poverty, American Economic Review, Vol. 83 (2), S. 377-382.

Statistisches Bundesamt (Hrsg.) (**1996**), Wohlfahrtsmessung, Aufgabe der Statistik im gesellschaftlichen Wandel. Beiträge zum wissenschaftlichen Kolloquium am 16./17. November 1995 in Wiesbaden. Band 29 der Schriftenreihe "Forum der Bundesstatistik", Stuttgart 1996.

Sudhir Anand, Aspects of Poverty in Malaysia, in : Review of Income and Wealth, vol. 23 (1977), S. 1-16.

Takayama, N. (**1979**), Poverty, income, inequality and their measures, Professor Sen's axiomatic approach reconsidered, Econometrica, Vol. 47, S. 747-759.

Teschner, Manfred (**1991**), Vergleichende Betrachtung der Einkommensverteilung in den großen westlichen Industrieländern, Konjunkturpolitik Bd. 37/6, S. 373-395.

Vaughan, R.N. (**1987**), Welfare Approaches to the Measurement of Poverty, Economic Journal, Vol. 97 (Conference 1987), S. 160-170.

von Weizsäcker, C.C. (**1978**), Annual Income, Lifetime Income and other Income Concepts in Measuring Income Distribution. W. Krelle + A.F. Shorrocks (Eds), Personal Income Distribution, Amsterdam, New York, Oxford, S. 101-105.

Wertz, Kenneth L. (**1979**), The Measurement of Inequality, Comment, American Economic Review, Sept. 1979, Vol. 69, S. 670-672.