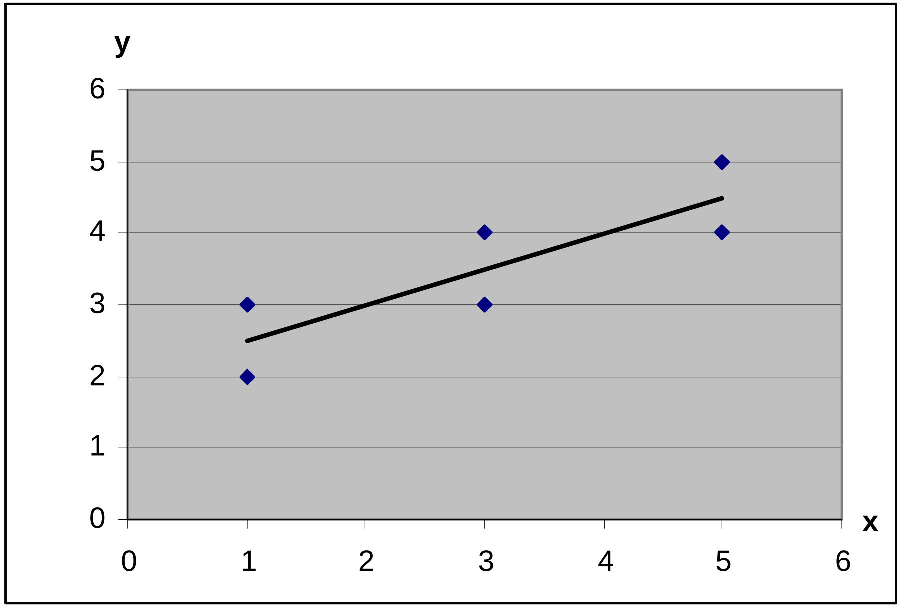
Wir betrachten eine Grundgesamtheit mit 6 Wertepaaren

i	1	2	3	4	5	6
x	1	1	3	3	5	5
y	2	3	3	4	4	5

mit der wahren (Grundgesamtheits-) Regressionsfunktion

$y^* = \alpha + \beta x = 2 + 0{,}5x.$

Die Wertepaare der Grundgesamtheit und die Beobachtungspunkte sind im folgenden Bild dargestellt.

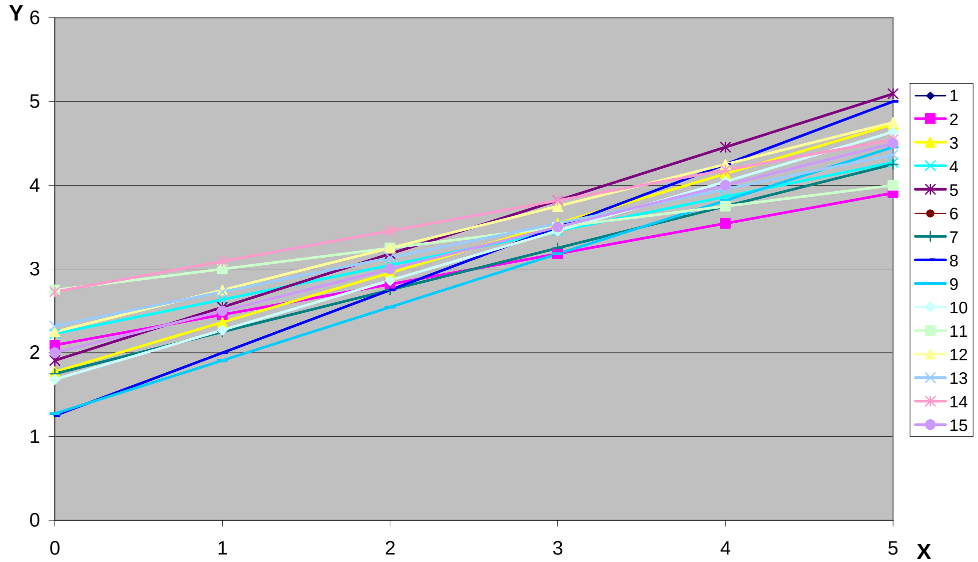


Wir ziehen aus der Grundgesamtheit Stichproben vom Umfang n = 4. Dabei gibt es insgesamt $\binom{6}{4} = 15$ verschiedene Stichproben dieses Umfangs. Die folgende Tabelle enthält die Stichproben (angegeben durch die Nummern der zugehörigen Punkte) und die zugehörigen KQ-Regressionsgeraden (KQ = Methode der Kleinsten-Quadrate).

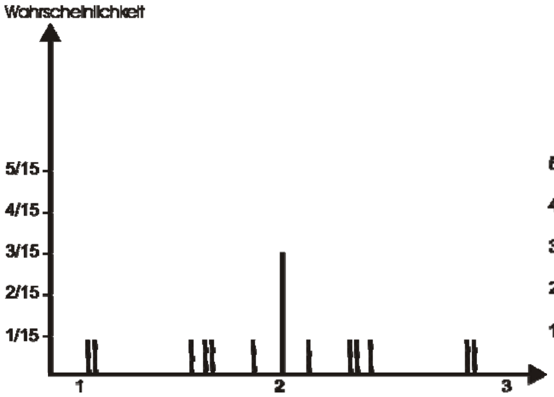
Stichprobenverteilung der Regressionskoeffizienten

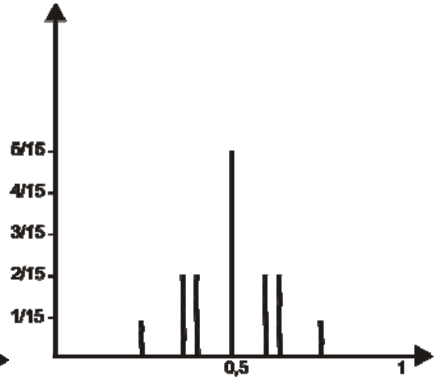
N = 6, n = 4

Stichprobenpunkte	Regressionsgerade	Kurve Nr.
1 2 3 4	$\hat{y} = 2 + 0{,}5\,x$	1
1 2 3 5	$\hat{y} = 2{,}0909 + 0{,}3636x$	2
1 2 3 6	$\hat{y} = 1{,}7727 + 0{,}5909x$	3
1 2 4 5	$\hat{y} = 2{,}2273 + 0{,}4091x$	4
1 2 4 6	$\hat{y} = 1{,}9091 + 0{,}6364x$	5
1 2 5 6	$\hat{y} = 2 + 0{,}5x$	6
1 3 4 5	$\hat{y} = 1{,}75 + 0{,}5x$	7
1 3 4 6	$\hat{y} = 1{,}25 + 0{,}75x$	8
1 3 5 6	$\hat{y} = 1{,}2727 + 0{,}6364x$	9
1 4 5 6	$\hat{y} = 1{,}6818 + 0{,}5909x$	10
2 3 4 5	$\hat{y} = 2{,}75 + 0{,}25x$	11
2 3 4 6	$\hat{y} = 2{,}25 + 0{,}5x$	12
2 3 5 6	$\hat{y} = 2{,}3182 + 0{,}4091x$	13
2 4 5 6	$\hat{y} = 2{,}7273 + 0{,}3636x$	14
3 4 5 6	$\hat{y} = 2 + 0{,}5$	15



Für n = 4





α	P(α)
1,25	1/15
1,2727	1/15
1,6818	1/15
1,75	1/15
1,7727	1/15
1,9091	1/15
2	3/15
2,0909	1/15
2,2273	1/15
2,25	1/15
2,3182	1/15
2,7273	1/15
2,75	1/15

β	P(β)
0,25	1/15
0,3636	2/15
0,4091	2/15
0,5	5/15
0,5909	2/15
0,6364	2/15
0,75	1/!%

EIGENTLICH $\hat{\alpha}$ UND $\hat{\beta}$

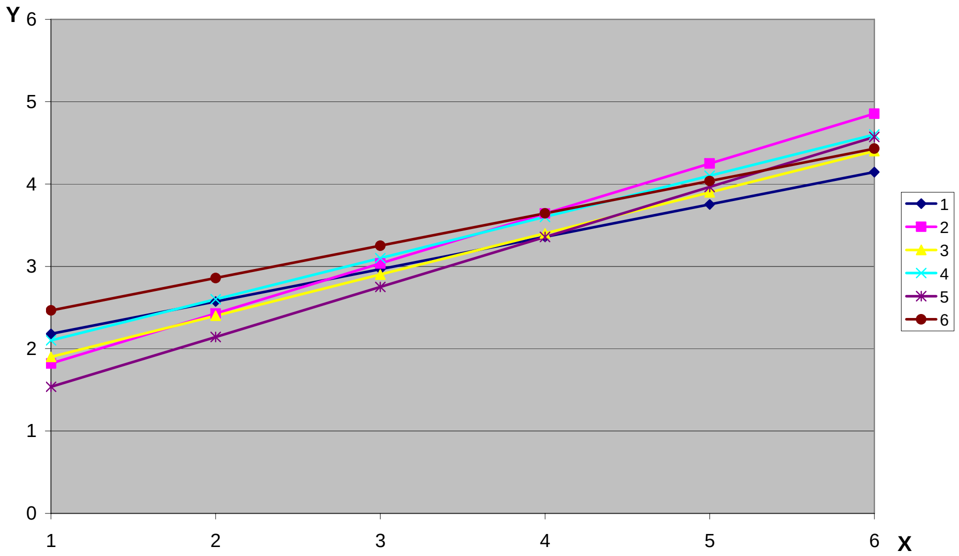
E (α) = 2
Var (α) = 0,1746

E (β) = 0,5
Var (β) = 0,0153

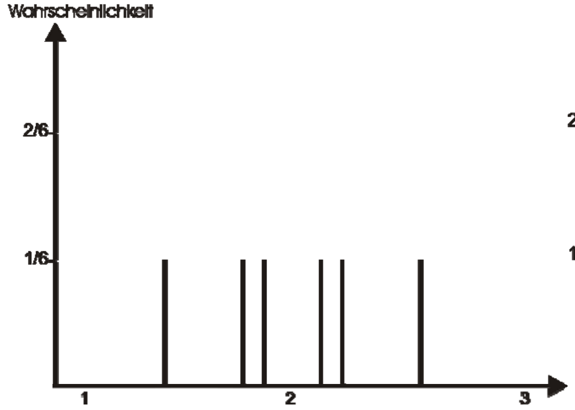
Stichprobenverteilung der Regressionskoeffizienten

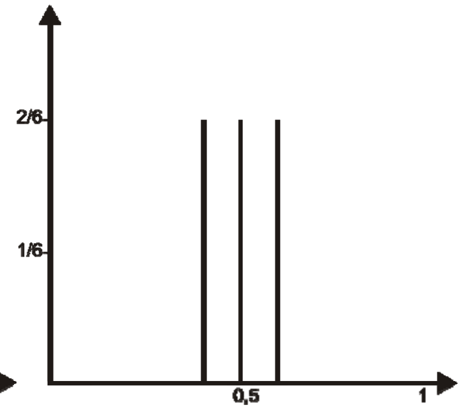
N = 6
n = 5

Stichprobenpunkte	Regressionsgerade	Kurve Nr.
1 2 3 4 5	$\hat{y}$ = 2,18 + 0,393 x	1
1 2 3 4 6	$\hat{y}$ = 1,82 + 0,607 x	2
1 2 3 5 6	$\hat{y}$ = 1,9 + 0,5 x	3
1 2 4 5 6	$\hat{y}$ = 2,1 + 0,5 x	4
1 3 4 5 6	$\hat{y}$ = 1,536 + 0,607 x	5
2 3 4 5 6	$\hat{y}$ = 2,464 + 0,393 x	6



Für n = 5





α	P(α)
1,536	1/6
1,82	1/6
1,9	1/6
2,1	1/6
2,18	1/6
2,464	1/6

β	P(β)
0,393	2/6
0,5	2/6
0,607	2/6

E (α) = 2

E(β) = 0,5

Var (α) = 0,0868

Var (β) = 0,0075

vorher:

Var (α) = 0,1746

Var (β) = 0,0153

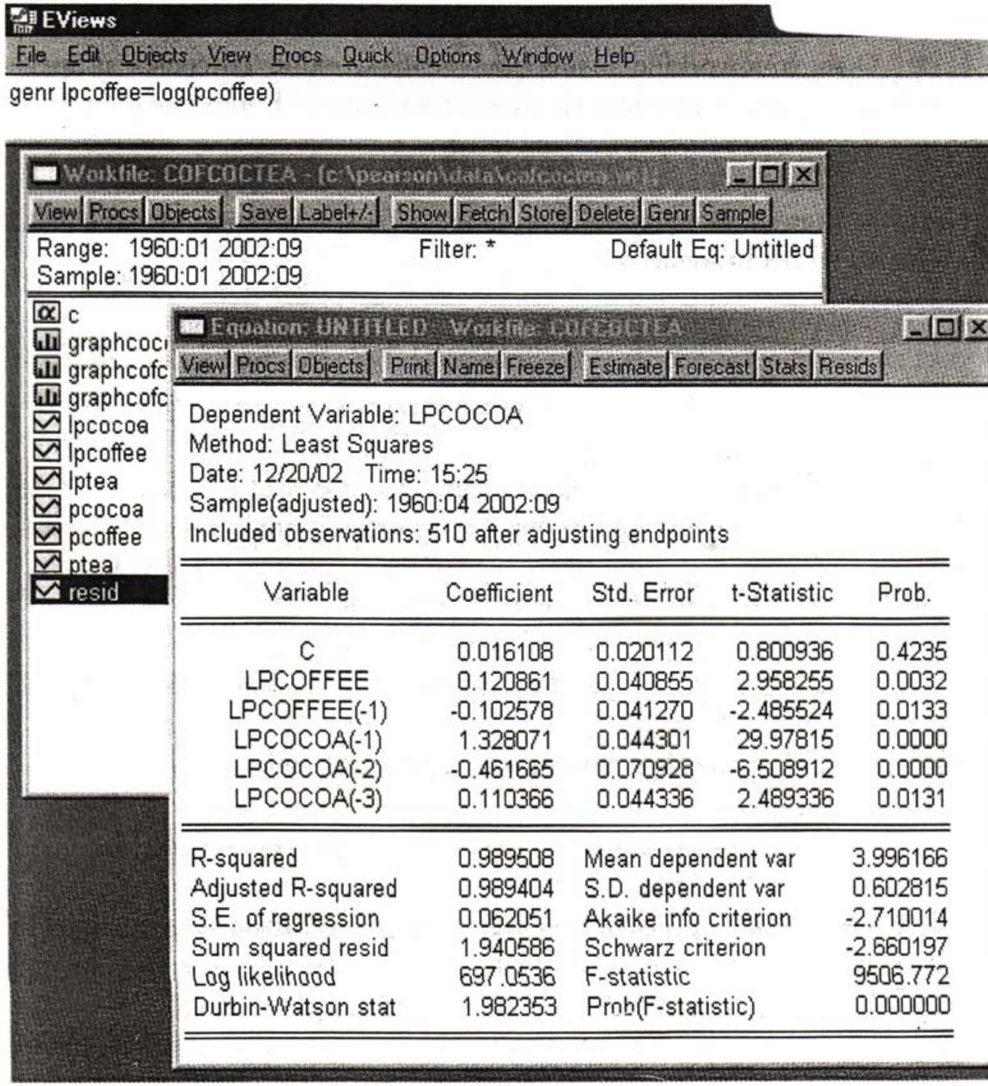


Figure 4.4: Regression output