Kettenindizes

Begriff und Bedeutung: Im SNA 93 wurde die Verwendung von Kettenindizes (Ks) in der amtlichen Statistik empfohlen. Kennzeichnend für einen Kettenindex (K) ist, dass ein Zwei-Periodenvergleich (zwischen 0 und t) *indirekt* hergestellt wird, als Produkt $P_{01}P_{12}....P_{t-1,t}$ (analog zur Verkettung), statt direkt, allein unter Beteiligung von Daten der Perioden 0 und t, wie bei einem direkten Preisindex P_{0t}. Es gilt also nicht mehr die in → Theorie der Preisindexzahlen gegebene Definition eines Preisindexes $P_{0t} = P(\mathbf{p}_0,\mathbf{p}_t,\mathbf{q}_0,\mathbf{q}_t)$ als Abbildung von zwei Preisvektoren $\mathbf{p}_0$ und $\mathbf{p}_t$ und zwei entsprechenden Mengenvektoren ($\mathbf{q}_0$, $\mathbf{q}_t$), von insgesamt also (bis zu) 4 Vektoren in die Menge der reellen Zahlen, die Definition auf die sich auch die üblichen "Axiome" beziehen.

Vielmehr ist bei einem K die Funktion für den Zweiperiodenvergleich mit

$$\overline{P}_{0t}^{C} = P^{C}(\mathbf{p}_0,\mathbf{p}_1,...,\mathbf{p}_t,\mathbf{q}_0,\mathbf{q}_1,.....,\mathbf{q}_t)$$

gegeben, so dass 2(t+1) statt 4 Vektoren das Zahlenergebnis bestimmen.

Um den Unterschied zum direkten Index P_{0t} deutlich zu machen, soll K, der Kettenindex (genauer: die "Kette") mit $\overline{P}_{0t}^{C}$ (C = chain) symbolisiert werden.

Die Definition eines K umfaßt somit (anders als die von P_{0t}), stets *zwei* Elemente, ein konstantes und ein variables Element:

1. die Kette, das konstante Element der Definiton:

   (1) $\overline{P}_{0t}^{C} = P_1^C P_2^C \cdot ... \cdot P_t^C$, und

2. das Kettenglied (link), das variable Element, $P_t^C = P_{t-1,t}$. Das ist ein Index, der i.d.R. die Vorperiode als Basis hat, und der je nach verwendeter Indexformel unterschiedlich definiert ist, z:B.

   $P_t^{LC} = \frac{\sum p_t q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}}$ ein Laspeyres-Link, ein Paasche-Link $P_t^{PC} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_t}$, oder ein Kettenglied nach der Formel von Irving Fisher $P_t^{FC} = \sqrt{P_t^{LC} P_t^{PC}}$.

Mit jeder für einen direkten Index üblichen Funktion (Formel), kann auch ein Kettenglied und damit (nach Multiplikation) eine Kette, also ein K gebildet werden. So gibt es z.B. den direkten Laspeyres Preisindex

(2) $$P_{0t}^{L} = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$$

und den Laspeyres Ketten-Preisindex

(1a) $$\overline{P}_{0t}^{LC} = P_1^{LC} P_2^{LC} ... P_t^{LC} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot ... \cdot \frac{\sum p_t q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}},$$

der keineswegs gleich P_{0t}^{L} sein muß, oder den Paasche Ketten-Preisindex $\overline{P}_{0t}^{PC} \neq P_{0t}^{P}$ mit $\overline{P}_{0t}^{PC} = P_1^{PC} P_2^{PC} ... P_t^{PC}$ usw.

Das SNA 93 empfieht einen Fisher Kettenindex, $\overline{P}_{0t}^{FC}$ als Preisindex, sowohl zur Preisniveaumessung als auch zur Deflationierung (mit dem Mengenindex $\overline{Q}_{0t}^{FC}$ als Ergebnis der Deflationierung). Auch dem ESVG 95 ist eine deutliche Präferenz für K, statt für direkte Indizes und für die Fisher Formel wegen der Faktorumkehrbarkeit zu entnehmen. Beides, das Prinzip des K und die Betonung der Faktorumkehrbarkeit sind jedoch wenig durchdacht.

Terminologisches: Statt von einem direkten Preisindex P_{0t} wird auch gerne von einem "Festbasisindex" (fixed based index) gesprochen (leider auch in der deutschen amtlichen Statistik), insbesondere im Falle des direkten Laspeyres Preisindexes P_{0t}^{L}. Der Ausdruck"Festbasis" ist jedoch

1. mißverständlich wegen der Mehrdeutigkeit des Wortes "Basis" und
2. schon allein wegen des Worts "fest" und erst recht imVergleich zu "chain based" massiv abwertend.

Die Basis kann bedeuten "Referenzbasis" (RB) oder "Gewichtsbasis" (GB). Die RB (Symbol 0) ist die Periode, mit der verglichen wird (also z.B. 2000, wenn es heißt 2000 = 100). Die GB ist die Periode, aus der die Gewichte stammen. Kennzeichned für die Laspeyres-Formel ist die Gleichheit von GB und RB (was auch sinnvoll erscheint, wenn man "2000 = 100" interpretiert im Sinne von "in Einheiten des Jahres 2000").

Kennzeichned für den K Gedanken ist die Behauptung, dass gleichzeitig

- die RB praktisch irrelevant ist und jederzeit wegen der Verkettung, (Gl. 1) verändert werden kann, aber
- die GB von enormer Bedeutung ist, denn für Befürworter von K ist nichts wichtiger als die Aktualisierung des Wägungsschemas.

Schon das zeigt, dass man RB und WB auseinander halten sollte. Es gibt keinen Unterschied zwischen Ks und direkten Indizes hinsichtlich der RB. Die RB ist in $\overline{P}_{0t}^{LC}$ genauso 0 wie in P_{0t}^{L}, nicht die Vorperiode t-1 (viele überzeugend erscheinende Argumente für K leben davon, dass man gerne das Kettenglied P_t^C mit der Kette $\overline{P}_{0t}^{C}$ verwechselt).

Jeder Index hat eine und nur eine RB, er kann aber mehrere GB haben. Der Ausdruck "Festbasis" verleitet zum Mißverständnis, beide Indextypen hätten jeweils nur *eine* GB, die fest (= schlecht, wie bei P_{0t}^{L}) oder aber variabel (= gut, wie bei einem K, etwa $\overline{P}_{0t}^{LC}$) sein kann.

Tatsächlich wird aber ein K durch sehr viele, auch alte, nicht nur jeweils die neuesten Gewichte geprägt. *Alle* Gewichte beeinflussen das Ergebnis (man könnte deshalb auch von einer "kumulativen" Gewichtung sprechen).

Dass es unsinnig ist, Festbasis/Ketten statt direkt/Ketten zu unterscheiden wird auch deutlich bei P_{0t}^{P}. "Festbasis"- Paasche Index (statt direkter Paasche Index) ist wenig einleuchtend, wo doch hier die GB sehr variabel ist und stets *nur* die neuesten Gewichte $\mathbf{q}_t$ enthält, während auf $\overline{P}_{0t}^{PC}$ alle Gewichte $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$, $\mathbf{q}_t$ (kumuliert) einwirken. Wenn heutzutage für viele der Sinn der Beibehaltung eines Warenkorbs und der Wahrung der Vergleichbarkeit für einige Jahre nicht mehr verstanden wird, und wenn die Aktualität des Wägungsschemas *das* allein maßgebende Kriterium eines gutes Indexes ist, dann hat die Bezeichnung "Festbasisindex" schon fast die Qualität eines Schimpfwortes. Man sollte sie abschaffen und von einem "direkten Index" sprechen. Der entscheidende Unterschied zwischen den beiden Indextypen ist ja auch nicht die Art einer "Basis", sondern, ob ein Zweiperiodenvergleich direkt oder indirekt durchgeführt wird.

Grundsätzliche Eigenarten von Kettenindizes: Es ist wichtig, festzuhalten, dass

1) nur das Kettenglied (link) P_t^C ein Index darstellt (d.h. ein direkter Index, als Funktion $P(\mathbf{p}_{t-1},\mathbf{p}_t,\mathbf{q}_{t-1},\mathbf{q}_t)$, die gewissen Axiomen genügen mag oder auch nicht), das Ergebnis der Verkettung, also $\overline{P}_{0t}^{C}$ aber kein Index ist. $\overline{P}_{0t}^{C}$ muß nicht (und wird meist auch nicht) bestimmte Axiome erfüllen, selbst dann nicht, wenn jedes einzelne Kettenglied P_τ^C ($\tau = 1, ..., t$) sehr wohl diese Axiome erfüllt. So beliebte Überlegungen, ob man besser einen Törnquist- oder Vartia-II- *Ketten*index berechnen sollte, haben deshalb wenig Sinn. Es gibt Eigenschaften, hinsichtlich derer sich die genannten direkten Indizes P_{0t}^{T}, P_{0t}^{V2} unterscheiden, aber es ist nicht gesagt, dass dies auch für entsprechenden Ks, $\overline{P}_{0t}^{TC}$ und $\overline{P}_{0t}^{V2C}$ gilt.
2) Axiome (→ Theorie der Preisindexzahlen) sind i.d.R. nur für den (direkten) Zweiperiodenvergleich konzipiert und so nicht anwendbar (was heißt time reversal bei Ks?), oder sie müssen entsprechend uminterpretiert werden. So sollte z.B.

   (3) $P(\mathbf{p}_0,\mathbf{p}_2,\mathbf{q}_0,\mathbf{q}_2) = 1$,

   gelten wenn $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_0$ (= strikte Identität), bzw. (= schwache Identität), wenn zusätzlich $\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_0$ gefordert wird. Es ist offensichtlich, dass ein K, also $\overline{P}_{02}^{C}$ die Identität verletzen kann, auch wenn die Kettenglieder P_1^C und P_2^C und der entsprechende direkte Index P_{02} dies nicht tun. Es ist z.B. im Fall von $\overline{P}_{02}^{LC}$ nicht notwendig dass bei $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_0$ (alle Preise in Periode 2 sind gleich denen in 0)

   $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}$ (anders als P_{02}^{L})

   auch den Wert 1 annehmen muß, weil

$\sum p_0 q_1$ und $\sum p_0 q_0$ nicht gleich sein müssen. Bei t > 2, etwa t = 3 und einer Rückkehr zum ursprünglichen Preisniveau in 3, also $\mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_0$ ist Identität noch weniger wahrscheinlich. Warum sollte

$$\overline{P}_{03}^{LC} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1} \frac{\sum p_3 q_2}{\sum p_2 q_2} = 1$$

gelten, so, wie unter diesen Voraussetzungen selbstverständlich $P_{03}^{L} = 1$ ist? Ein K, also $\overline{P}_{0t}^{C}$ ist, anders als P_{0t}, kein reiner Zwei-Perioden-Vergleich (von 0 mit t), sondern *pfadabhängig* (abhängig von der Gestalt des 0 und t verbindenden Pfads, also auch der Preise und Mengen in 1, 2, ..., t-1).

3) Nur das einzelne Kettenglied hat *einen* Warenkorb ($\mathbf{q}_{t-1}$ bzw. $\mathbf{q}_t$), die Kette aber hat, wie bereits gesagt, *viele* Warenkörbe $\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \ldots$, die alle in ihrer Gesamtheit, also *kumuliert* auf das Ergebnis wirken. Es ist sogar so, dass sich ein K gar nicht als Verhältnis von zwei Ausgaben (in Zähler und Nenner) für tatsächliche oder fiktive "Warenkörbe" interpretieren läßt. Es ist deshalb höchst sonderbar, wenn versucht wird, eine angebliche Überlegenheit von K mit der ökonomischen Indextheorie (→ Theorie der Preisindexzahlen) zu begründen.

4) Ks sind (wie übrigens auch P_{0t}^{F}) weder als Ausgabenverhältnis noch als Mittelwert von Preismesszahlen zu interpretieren, während Indizes wie P_{0t}^{L} oder P_{0t}^{P} beide Interpretationen besitzen. Ein K mag also in jeder Periode 0, 1, ..., t repräsentative Gewichte besitzen, er ist aber nicht notwendig eine repräsentative Messzahl über den ganzen Zeitraum von 0 bis t. Er kann, zumindest theoretisch, eine Preissteigerung ausweisen, die größer als die größte oder kleiner als die kleinste individuelle Preismesszahl ist.

Die Aussagen "nur ein Wägungsschema" und "ein echter Index" über das Kettenglied (nicht Kette) sind zu relativieren: Bei unterjährigen (z.B. monatlichen) Vorjahresvergleichen (ein Monat m verglichen mit dem gleichem Monat m im Vorjahr) wird in der Praxis meist auch schon mit *zwei* Warenkörben statt mit nur einem gerechnet. Im Jahr t wird z.B. bei Umstellung des Warenkorbs am Jahresbeginn ab Januar mit q_{t-1} gerechnet. Vergleicht man z.B. März (m) des Jahres t = 2001, also $\overline{P}_{0,t(m)}^{LC}$ (mit Gewichten von t – 1 = 2000) mit März 2000 $\overline{P}_{0,t-1(m)}^{LC}$, mit Gewichten von 1999, so sind zwei Warenkörbe involviert, nämlich vom Jahr 2000 und 1999, es sei denn man würde zu Beginn des Jahres 2001 noch einmal die Werte für alle Monate von 2000 mit dem erst jetzt verfügbaren Warenkorb von 2000 (statt bisher 1999) berechnen.

Die Nichtanwendbarkeit oder Nichterfüllung von Axiomen (bei Ketten, nicht beim Kettenglied) ist ein schwerer Mangel von Ks, denn Axiome sind Aussagen über das Verhalten eines Indexes in einfachen ("stilisierten") Situationen (z.B. Proportionalität [Pr]: $P_{0t} = \lambda$ bei Ver-λ-fachung aller n Preise $p_{it} = \lambda p_{i0}$. Ks erfüllen Pr nicht, Identität ist nur ein Spezialfall, $\lambda = 1$).

Wie ein K – Preisindex nicht proportional in den Preisen ist, so verletzt ein K – Mengenindex, etwa $\overline{Q}_{0t}^{FC}$ Pr in den Mengen. Trotz gleicher Mengen in 0 und t kann das "Volumen" steigen oder sinken (je nach der Vorgeschichte, dem Pfad, zwischen 0und t). Deshalb ist die im SNA empfohlene Deflationierung mit $\overline{P}_{0t}^{FC}$ noch schlechter als mit P_{0t}^{F}, die (wegen fehlender struktureller Konsistenz) ohnehin schon schlechter ist als die traditionelle Deflationierung mit einem (direkten) Paasche Preisindex P_{0t}^{P}.

Anhänger von Ks und das SNA sind bereit, ihre Fixierung auf aktuelle Gewichte (Mengen bei Preis- und Preise bei Mengenindizes und Volumen) und auf Flexibilität mit erheblichen axiomatische Mängeln zu erkaufen. Mängel in dieser Hinsicht sind ein schwerer Nachteil: es ist kein Zufall, dass man bei der Beurteilung von K so viele Beispielrechnungen mit konkreten oder fiktiven Zahlen findet, statt allgemeingültige Betrachtungen.

Kritik am Laspeyres-Index als Hauptmotiv für Kettenindizes: Die Standardkritik am direkten Preisindex nach Laspeyres P_{0t}^{L} (als Maß der Inflation) bzw. an Q_{0t}^{L} und an Volumen, die man als Ergebnis einer Deflationierung mit P_{0t}^{P} erhält ist, dass in P_{0t}^{L} die Mengen, bzw. in Q_{0t}^{L} die Preise (allgemein die Gewichte) für eine gewisse Zeit im Interesse des reinen Preis-, bzw. Mengenvergleichs konstant gehalten werden und dass das Wägungsschema veraltet, und deshalb nicht mehr "repräsentativ" sei. Es müsse daher jeweils mit möglichst aktuellen Gewichten gerechnet werden und die durch Preisänderungen ausgelösten Substitutionen berücksichtigt werden.

Nicht viel mehr als diese Fixierung auf die Aktualität des Warenkorbs steckt hinter der in neuerer Zeit vehement wiederbelebten Forderung nach Ks und der angeblichen Überlegenheit von Ks über direkte Indizes. Anders als beim "Nutzenindex" (→ Theorie der Preisindexzahlen) gibt es in der K - Diskussion praktisch keinen theoretischen Hintergrund oder den Versuch einer konzeptionellen Begründung von Ks.

Das Prinzip des reinen Preisvergleichs wird ignoriert. Nichts scheint an Indexformeln auch nur annähernd so wichtig zu sein, wie die Aktualität der Gewichte. Dabei wird als selbstverständlich (was es nicht ist) angenommen, dass die aktuellsten Gewichte auch die jeweils "relevantesten", oder "repräsentativsten" sind (zwei Begriffe, die bezeichnenderweise nie konkretisiert werden). Mehr noch: Die Kritik an "veralteten" Gewichten und an der Nichtberücksichtigung von Substitutionen in P_{0t}^{L} muß nicht zwingend zur Bevorzugung von Ks führen, obgleich Befürworter des K dies gerne so darstellen. Es gibt auch *direkte* Indizes, die genau diese Kritik berücksichten. Nach verbreiteter Auffassung trägt z.B. Fishers Index P_{0t}^{F} der preisinduzierten Reaktion der Mengen in theoretisch (mikroökonomisch) fundierter Weise Rechnung.

Drei Variationsquellen: Um jeweils auch die neuesten Gewichte in die Indexformel einfließen zu lassen, muß man nicht notwendig einen K berechnen. Man könnte auch bestimmte *direkte* Indizes berechnen, in die sowohl die Gewichte $\mathbf{q}_0$ als auch $\mathbf{q}_t$ eingehen, wie etwa den Preisindex nach Marshall und Edgeworth

$$(4) \qquad P_{0t}^{ME} = \frac{\sum p_{it}\left(q_{i0} + q_{it}\right)}{\sum p_{i0}\left(q_{i0} + q_{it}\right)}$$

oder nach Fisher $P_{0t}^{F} = \sqrt{P_{0t}^{L} P_{0t}^{P}}$. Diese Formeln berücksichtigen auch die aktuellsten Gewichte $\mathbf{q}_t$, und somit auch durch Preisveränderungen ($\mathbf{p}_t \neq \mathbf{p}_0$) induzierte Substitutionen ($\mathbf{q}_t \neq \mathbf{q}_0$) sind aber gleichwohl *direkte* Indizes.

Das Ergebnis eines K spiegelt drei Einflüsse wider:

1. Die Unterschiedlichkeit der Preise ($\mathbf{p}_t \neq \mathbf{p}_0$).
   Man könnte sagen, dass es im Sinne des "reinen Preisvergleichs" (→ Theorie der Preisindexzahlen) ist, wenn ein Preisindex P_{0t} diese erste Variationsquelle widergespiegelt, wie das bei P_{0t}^{L} der Fall ist.
2. Die Mengenreaktion also ($\mathbf{q}_t \neq \mathbf{q}_0$).
   Man könnte aufgrund einer mikroökonomischen theoretischen Betrachtung fordern, dass ein Preisindex solche Substitutionen widerspiegeln sollte. Einige aus diesem Grunde "superlativ" genannte Indizes, etwa P_{0t}^{F} und P_{0t}^{T}, aber z.B. auch der nicht superlative Index P_{0t}^{ME} werden deshalb auch von dieser zweiten Variationsquelle beeinflußt.
3. Die Preise und Mengen in den Zwischenperioden, also $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, ... $\mathbf{p}_{t-1}$ und $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$, ... $\mathbf{q}_{t-1}$.
   Diese dritte Variationsquelle, d.h. die Pfadabhängigkeit ist typisch für Ks und den Divisia Index. Sie ist jedoch kaum zu begründen. Warum sollte $\overline{P}_{04}^{C}$ exakt gemäß der K Formel (etwa der Formel für $\overline{P}_{04}^{LC}$ oder für $\overline{P}_{04}^{FC}$) z.B. von $\mathbf{q}_2$ oder von $\mathbf{p}_3$ abhängen?

Pfadabhängigkeit und kumulative Gewichte sind wohl eher ungewollte Nebenprodukte bei Ks. Eine Begründung, warum ein Index diese Eigenschaften haben sollte ist mir nicht bekannt. Es gibt Gründe, warum ein Index von den ersten beiden Variationsquellen abhängen soll, aber nicht, warum er, wie Ks zusätzlich auch noch die dritte widerspiegeln soll, und wenn es nur darum geht, neben (oder statt) $\mathbf{q}_0$ auch den aktuellsten Warenkorb $\mathbf{q}_t$ zu berücksichtigen, dann könnte man auch (sogar sinnvoller wegen fehlender Pfadabhängigkeit) P_{0t}^{P} oder P_{0t}^{F} berechnen, statt $\overline{P}_{0t}^{LC}$ oder $\overline{P}_{0t}^{FC}$.

Die Operation "Verkettung" und die permanente Veränderung des Defintionsbereichs: Der entscheidende Unterschied zwischen Ks und einem direkten Index wie P_{0t}^{L} P_{0t}^{P}, P_{0t}^{F} oder P_{0t}^{ME} ist, dass z.B. in Gl. 4 die Summe in Zähler und Nenner über *die gleichen* n Güter und Dienste (i = 1, ..., n) gebildet werden sollte, was bei den verschiedenen Faktoren eines Produkts nach Art von Gl. 1a nicht der Fall sein muß (das ist mit der "permanenten Veränderung des Defintionsbereichs" gemeint).

Auch bei der Formulierung von Axiomen oder Betrachtungen über Verkettbarkeit (Transitvität) wird davon ausgegangen, dass es sich bei der i-ten Ware in p_{it} und q_{it} jeweils um die (zumindest rechnerisch) gleiche Ware handelt wie bei p_{i0} und q_{i0}, auch wenn dies in der Praxis z.T. erhebliche Schwierigkeiten bereiten mag (z.B. bei Aufkommen neuer Güter oder Qualitätsveränderungen). Bei einem K sind jedoch solche Rücksichten nicht notwendig. Statt mit Faktoren wie in Gl. 1a zu operieren, wo die Summen in Zähler und Nenner der Brüche (d.h. der links) jeweils über die gleichen n Güter gebildet werden, kann man durchaus auch wie folgt rechnen

$$(5)\quad \overline{P}_{0t}^{LC*} = \frac{\sum_i p_{i1}q_{i0}}{\sum_i p_{i0}q_{i0}} \cdot \ldots \cdot \frac{\sum_k p_{kt}q_{k,t-1}}{\sum_k p_{k,t-1}q_{k,t-1}},$$

wobei eine beständige Veränderung des Definitionsbereichs (Warenbündels) von i = 1, ..., n_0 zu k = 1, ...; n_{t-1} zugelassen ist. Es ist üblich, Aussagen über K aufgrund eines Vergleichs von $\overline{P}_{0t}^{LC}$ mit P_{0t}^{L} zu machen, aber über eine Theorie zu Größen wie $\overline{P}_{0t}^{LC*}$ ist mir nichts bekannt.

Für K wird ja sogar geworben mit dem Argument, dass man weniger Schwierigkeiten hat mit dem Aufkommen neuer Güter oder mit Qualitätsveränderungen. Wie praktisch alle *für* K vorgebrachten Argumente, so ist auch dieses nicht stichhaltig. Es ist sogar ausgesprochen unfair, weil das Problem, das mit K angeblich "gelöst", oder "besser" gelöst wird nur einfach beseitigt worden ist: es gibt bei $\overline{P}_{0t}^{LC*}$ keine Notwendigkeit, für Vergleichbarkeit über mehr als jeweils zwei aufeinanderfolgende Perioden zu sorgen.

Soll 0 und t miteinander verglichen werden, ohne dass es sich in 0, 1, ... jeweils um vergleichbare Güter handeln muß, dann kann man in der Tat leichter nach Art von Gl. 5, als nach Art von Gl. 2 rechnen.

Verkettung aber nicht Verkettbarkeit: Die Bedeutung der in Gl. 2 und 5 dargestellten Multiplikation (Verkettung) wird oft mißverstanden. Man findet die Aussage, ein K sei "ex definitione" oder "by construction" verkettbar, nur weil er durch ein Produkt gebildet wird. Das ist schlicht falsch.

Verkettbarkeit (Transitivität, → Theorie der Indexzahlen) bedeutet z.B. im internationalen Vergleich, dass der direkte Vergleich zweier Länder, A und B, durch eine Parität P_{AB} zum gleichen Ergebnis führen soll wie ein indirekter (über ein drittes Land, etwa C), weil $P_{AB} = P_{AC}\,P_{CB}$, oder ein drittes und viertes $P_{AB} = P_{AC}\,P_{CD}\,P_{DB}$. Im intertemporalen Vergleich mit Ks ist das offenbar nicht gewährleistet, denn es ist i.d.R. schon bei nur zwei Kettengliedern

$$(6)\quad \overline{P}_{02}^{LC} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}\frac{\sum p_2q_1}{\sum p_1q_1}$$

$$\neq P_{02}^{L} = \frac{\sum p_2q_0}{\sum p_0q_0}.$$

Mehr noch: Transitivität bedeutet nicht nur, dass direkte und indirekte Vergleiche miteinander konsistent sind, bei Perioden k, r und s muß im zeitlichen Vergleich gelten $P_{0t} = P_{0k}\,P_{kr}\,P_{rs}\,P_{st}$ und zwar (was oft vergessen wird) *für jede* Periode k, r , s. Wie immer man das Intervall von 0 bis t in Teilintervalle aufteilt, das Ergebnis darf davon nicht berührt sein. Man erhält das gleiche Jahresergebnis, egal ob aggregiert über 4 Quartale oder 12 Monate. Verkettbarkeit bedeutet konsistent über die Zeit aggregieren zu können. Aber genau das ist bei K nicht der Fall, denn offenbar ist z.B. das Produkt von 5 Laspeyres-Links

$$\frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_4 q_2}{\sum p_2 q_2}\cdots\frac{\sum p_{10} q_8}{\sum p_8 q_8}$$

nicht identisch mit der Verkettung von 10 Gliedern dieser Art

$$\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}\cdots\frac{\sum p_9 q_8}{\sum p_8 q_8}\frac{\sum p_{10} q_9}{\sum p_9 q_9}.$$

Ein K ist definiert durch Verkettung, er ist aber nicht verkettbar (Pfadabhängigkeit = keine Verkettbarkeit). Sehr beliebt ist es auch, die Produktbildung (Verkettung) zu mystifizieren. So wird gesagt, K trage der Dynamik besser Rechnung, sei weniger fehlerbehaftet und nutze die in der Zeitreihe enthaltene Information besser aus als der isolierte Zwei-Perioden-Vergleich, wie etwa P_{04}. Wenn in die Berechnung von $\overline{P}_{04}^{C}$ mehr Daten eingehen als in P_{04} (nämlich auch Mengen und Preise der Perioden 1, 2 und 3), so muß das nicht bedeuten, dass die Information besser ausgenutzt wird, oder gar dass die für $\overline{P}_{04}^{C}$ berechnete Zahl irgendwelche angeblich sehr wertvolle zusätzliche Erkenntnisse bietet (es wird leider nie gesagt, welche das sein sollen), die in P_{04} nicht geboten werden.

Man kann P_{04}^{L} genauso als Produkt darstellen wie $\overline{P}_{04}^{LC}$ denn

$$P_{04}^{L} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_1 q_0}\frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_2 q_0}\frac{\sum p_4 q_0}{\sum p_3 q_0} \text{ und}$$

$$\overline{P}_{04}^{LC} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}\frac{\sum p_3 q_2}{\sum p_2 q_2}\frac{\sum p_4 q_3}{\sum p_3 q_3}.$$

Der direkte Index P_{04}^{L} erscheint als ein (allerdings sehr schlecht motivierter) Spezialfall von K, indem nur Preise, nicht auch Mengen aktualisiert werden. Aber warum verzichtet man in P_{04}^{L} auf die Aktualisierung der Mengen? Offenbar ist P_{04}^{L} nur eine schlechte Alternative zu $\overline{P}_{04}^{LC}$. Aber das ist ein typischer Fall eines auf diesem Gebiet so beliebten schiefen Vergleichs.

Das Bemerkenswerte ist vielmehr, dass P_{04}^{L} als Produkt *und* (wie in der Praxis vorwiegend) direkt berechnet werden kann, $\overline{P}_{04}^{LC}$ dagegen *nur* als Produkt.

Schlechte Aggregationseigenschaften von Kettenindizes: Neben der (sachlichen) → Aggregation über n Waren (oder m Teilindizes) in Gestalt von aggregativer und struktureller Konsistenz (→ Theorie der Indexzahlen) gibt es auch eine zeitliche Aggregation über (Teil-) intervalle auf der Zeitachse (was ja der Sinn der Verkettbarkeit ist). Hinsichtlich *beider* Arten von Aggregation sind die Leistungen von K mangelhaft.

a) sachliche Aggregation

Ks haben keine aggregative Konsistenz und es gibt (bei Deflationierung mit K) auch keine strukturelle Konsistenz der Volumen. Aggregation von Teilindizes zu einem Gesamtindex oder Disaggregation eines Gesamtindexes in verschieden zusammengesetzte Teilindizes ist nicht so einfach wie bei direkten Indizes, wenn nicht gar in der Praxis so gut wie unmöglich. Mit Ks als Deflatoren gewonnene Volumen V_t sind nicht nur abhängig von q_t und p_0, sondern auch von allen Preisen $p_1, ..., p_t$., so dass man kaum von "in *konstanten*" Preisen p_0 sprechen kann. Volumen auf der Basis von $\overline{P}_{0t}^{FC}$ sind (im Unterschied zu P_{0t}^{F}), wie gesagt, noch nicht einmal proportional in den Mengen.

b) Zeitliche Aggregation

Bei K ist das Ergebnis für ein Zeitintervall von 0 bis t

- nicht nur i.d.R. unterschiedlich, je nach dem, wie es in Teilintervalle zerlegt wird, sondern auch
- abhängig davon wie sich Preise und Mengen in den Zwischenperioden 1, ..., t-1 entwickeln,

d.h. Ks sind pfadabhängig, sie sind nicht konsistent zeitlich aggregierbar. Ein K verletzt nicht nur die Identität (und auch andere Axiome, wie Monotonie usw. → Theorie der Indexzahlen): Trotz gleicher Preise in Periode 0 und t muß nicht gelten $\overline{P}_{0t}^{C} = 1$. Schlimmer noch: Bei zyklischer Bewegung der Preise (der Verlauf zwischen 0 und t wiederholt sich) kann die Kette für Periode 2t, 3t, ... im Wert ständig zunehmen (wenn der Index $\overline{P}_{0t} > 1$ ist, denn dann ist

$\overline{P}_{0,2t} = \left(\overline{P}_{0t}\right)^2 > \overline{P}_{0t}$, $\overline{P}_{0,3t} = \left(\overline{P}_{0t}\right)^3 > \overline{P}_{0,2t}$,

usw.), oder aber beständig abnehmen (wenn $\overline{P}_{0t} < 1$), selbst dann wenn die Preise in 0, t, 2t, ... alle gleich sind. Das ist auch der Grund weshalb das SNA davon abrät, die Warenkörbe häufiger als jahrlich zu aktualisieren und entsprechend zu verketten. Aber Saisonschwankungen sind sicher nicht die einzigen Fälle von zyklischen Preisbewegungen.

Erscheinungen, wie keine Identität, Abhängigkeit des Ergebnisses von der Partitionierung des Intervalls, Aufschaukeln bei zyklischer Preisbewegungen usw. sind nur verschiedene Erscheinungsformen der Pfadabhängigkeit. Ein K ist somit weniger ein Maß des *Vergleichs* (wie ein direkter Index) als vielmehr ein Maß des *Verlaufs*.

Das wird auch gerne vergessen, wenn argumentiert wird: was direkt nicht vergleichbar ist (etwa 0 und t wegen der Länge des Intervalls und der zwischenzeitlich eingetretenen Veränderungen in der Warenwelt) ist gleichwohl indirekt vergleichbar. Nach dieser Logik, die ja keine Begrenzung für indirekte Vergleiche kennt, kann auch für ein kurzes Intervall ein direkter Vergleich unzulässig sein, aber man kann für Intervalle *beliebiger* Länge jederzeit indirekte Vergleiche machen. Vergessen wird dabei auch, dass

- wegen der Pfadabhängigkeit indirekte Vergleiche von anderer Qualität sind wie die angeblich nicht möglichen direkten Vergleiche, und dass
- es neben der Multiplikation von beständig neudefinierten Gliedern auch die Alternative gibt, für eine rechnerische Vergleichbarkeit zu sorgen wie es z.B. bei der Berücksichtigung von Qualitätsveränderungen üblich ist.

Alle für Kettenindizes vorgebrachte Argumente sind widerlegbar: Von Befürworten der Ks wird u.a. geltend gemacht:

1. Veränderungsraten (Wachstumsfaktoren) sind unabhängig von der gewählten Basis, das Problem der Wahl eines Basisjahres ist somit gelöst
2. Wegen aktuellerer Gewichte ist die bei K berechnete Wachstumsrate (gegenüber der Vorperiode) besser (relevanter) als bei einem direkten Index.
3. Ein K kann laufend Veränderungen der berücksichtigen und ist (weil flexibler) angemessener für die jetzt größere Dynamik der Wirtschaft.
4. Wenn man lange Reihen bilden will, dann wird man über kurz oder lang ohnehin verketten müssen. Ks sind nur der theoretische Grenzfall, indem nicht alle 5 Jahre, sondern jedes Jahr die Basis gewechselt wird.
5. Ks sind die zeitdiskreten Approximationen des stetige Zeit voraussetzenden (Integral-) Indexes von Divisia (der dann meist als das theoretische non-plus-ultra bezeichnet wird).

Man kann leicht zeigen, dass bei genauer Betrachtung nicht ein einziges dieser Argumente stichhaltig ist (vgl. hierzu die angegebene Literatur). Die meisten Argumente beruhen auf unfairen Vergleichen (P_t^C statt $\overline{P}_{0t}^C$ mit P_{0t}), sind äußerst vage (wertvolle "zusätzliche Informationen" sind zu gewinnen, oder: die in der Zeitreihe enthaltene Information wird "besser ausgenutzt") oder sie behaupten die "Lösung" eines Problems, das aber bei K eigentlich nicht mehr relevant ist (z. B. Qualitätsveränderungen über Zeiträume von mehr als zwei Perioden oder Wahl des Basisjahres).

Literatur

v. d. Lippe, P. M. Der Unsinn von Kettenindizes, Allgemeines Statistisches Archiv Bd. 84 (2000), S. 67 – 82.

Derselbe, Chain Indices, A Study in Index Theory, Band 16 der Schriftenreihe Spektrum Bundesstatistik, Stuttgart 2001.