Scheininflation und Scheinwachstum

Bemerkungen zu "Spurious Inflation: The Legacy of Laspeyres and others" und dem Inversionstest von Ludwig von Auer

von Peter von der Lippe

Bei der sechsten Tagung "Messen der Teuerung" in Erfurt (5./6. Juli 2001) präsentierte Ludwig von Auer den Inversionstest als ein Kriterium zur Beurteilung von Preisindexformeln[1]. Die Überlegungen sind erheblich erweitert und vertieft erschienen unter dem Titel "Spurious Inflation: The Legacy of Laspeyres and others"[2], der auch den Titel dieses Beitrags inspiriert hat.

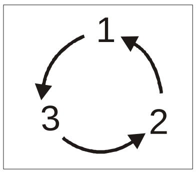
Die dem Permutations- (PT) und dem Inversionstest (IT) zugrunde liegende Überlegung ist verblüffend und auf den ersten Blick scheint es kaum etwas zu geben, was diesem Test, bei dem die Formel von Laspeyres P_{0t}^{L} nicht sehr gut wegkommt[3], entgegengesetzt werden kann. Gleichwohl soll hier versucht werden zu zeigen, dass der Umstand, dass diese Formel den IT nicht erfüllt, nicht gegen sie spricht. Es zeigt sich, dass es im Gegenteil – angesichts der nicht gerade klaren Beziehung zwischen dem IT und anderen "Tests" oder "Axiomen" der Indextheorie – auch schwer sein dürfte zu sagen, warum eine Indexfunktion, die den IT erfüllt, besser sein sollte, als eine die ihn nicht erfüllt. Der Beitrag mag auch ein Beispiel dafür sein, dass sich die Teilnehmer des Symposiums untereinander zu weiterführenden Überlegungen anregen, was ja sehr wohl im Sinne der Veranstalter sein dürfte.

1. Scheinbare (spurious) Inflation, Permutations- und Inversionstest

In Tab. 1 wird ein Beispiel (das auch von Herrn v. Auer benutzt wurde) präsentiert, in dem die Preismengenkombinationen dreier Waren zirkulär permutiert werden: 1 ? 3, 3 ? 2 und 2 ? 1, also eine Vertauschung in dem Sinne stattfindet, dass gilt $p_{10} = p_{3t}$ und $q_{10} = q_{3t}$, $p_{30} = p_{2t}$ und $q_{30} = q_{2t}$ usw.

Tabelle 1 Erste zirkuläre Permutation (Permutations Test PT)

Gut	Basisperiode		Berichtsperiode	
(i)	p_{i0}	q_{i0}	p_{it}	q_{it}
1	6	6	6	2
2	6	2	3	4
3	3	4	6	6



Wie die Graphik zeigt, gibt es neben dieser Permutation entgegen dem Uhrzeigersinn auch eine zyklische Vertauschung im Uhrzeigersinn (vgl. Tab. 3).

Für die Preisindexformel nach Laspeyres erhält man $P_{0t}^{L} = \frac{V_{t0}}{V_{00}} = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{66}{60} = 1.1$.

[1] "Verzerrte Inflationsmessung durch Produktzyklen", S. 50 ff der Konferenzbeiträge (herausgegeben vom Thüringer Landesamt für Statistik).
[2] Quarterly Review of Economics and Finance, 42 (2002), pp. 529-542.
[3] Daher auch der Untertitel "The Legacy of Laspeyres and others".

Auch die Formel von Paasche zeigt eine "Inflation" an $P_{0t}^{P} = \frac{V_{tt}}{V_{0t}} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} = \frac{60}{54} = 1.111$, die wegen der positiven Kovarianz zwischen Preis- und Mengenmesszahlen[4]

(1) $C = W_{0t} - P_{0t}^{L} Q_{0t}^{L}$ mit dem Wertindex $W_{0t} = \frac{V_{tt}}{V_{00}} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0}$

(im Beispiel $C = 1 - \frac{66}{60}\frac{54}{60} = 0{,}01$) sogar größer ist nach der Formel von Laspeyres.

In jedem Fall liegt jedoch eine "Scheininflation" (spurious inflation) vor (oder, wie es auch bei v. Auer heißt, ein "mismeasurement", wenn man P^L zur Inflationsmessung verwendet). Das Kriterium dabei ist, dass die zirkuläre Permutation die Gesamtausgaben nicht berührt. Es gilt $\Sigma p_t q_t = \Sigma p_0 q_0 = 60$ und damit $W_{0t} = 1$. Die "Rolle" einer Ware (etwa der Ware 1 in der Basisperiode 0) wird nur einfach übernommen von einer anderen Ware (hier die Ware 3 in der Berichtsperiode t), so dass sich "insgesamt" an den Preisen und Mengen nichts ändert.

Dass man "gleiche Ausgaben" gleichsetzt mit "keine Inflation" scheint intuitiv überzeugend zu sein. Hinzu kommt, dass es bei der Summenbildung im Rahmen einer Indexberechnung nicht darauf ankommt, in welcher Reihenfolge über die Waren i = 1, …, n summiert wird. Es scheint also sehr befremdlich zu sein, wenn unter solchen Voraussetzungen Indizes eine Teuerung[5] anzeigen, d.h. der Vorwurf "spurious inflation" klingt sehr überzeugend.

Bei genauerem Hinsehen zeigt sich jedoch, dass der Schluss von Ausgaben auf die Teuerung nur zulässig ist, wenn es sich um die gleichen Waren (und auch die gleichen Mengen) handelt und dass die beschriebenen Vertauschungen zwar bedeuten, dass Summen wie $V_{00} = \Sigma p_t q_t$ und $V_{tt} = \Sigma p_t q_t$ gleich sein müssen, aber nicht auch $V_{t0} = \Sigma p_t q_0$ und $V_{0t} = \Sigma p_0 q_t$ (zwar gilt $\Sigma q_0 = \Sigma q_t$, aber Summen über mit unterschiedlichen Preisen gewogenen Mengen müssen nicht gleich sein)[6].

Nicht nur die beiden Indizes von Laspeyres und Paasche sind ungleich 1 (oder 100 %), auch der Index nach Fisher ist hier $P_{0t}^{F} = \sqrt{P_{0t}^{L} P_{0t}^{P}} = \sqrt{66/54} = 1{,}106 \neq 1$ und erfüllt somit (wie auch viele andere sehr beliebte Indexformeln) den Permutationstest (PT) nicht.

Bei dem weniger restriktiven Inversionstest (IT) vertauschen je zwei Waren ihre Positionen (etwa 2 und 3) und es kann auch Waren geben, bei denen die Preismengenkombination gleich bleibt (im Beispiel der Tab. 2 ist es die Ware 1). Auch bei Tab. 2 ergibt sich eine "Schein-inflation" gemessen am Laspeyres Index P^L und eine "Scheindeflation" nach Paasche $P^P = 1/P^L$ (so dass der "Idealindex" nach Fisher den IT erfüllt, was sich aus Gl. 2 ergibt).

Die Ausgaben haben sich auch hier nicht verändert ($W_{0t} = 1$). Da Vertauschungen jeweils nur innerhalb von Paaren (etwa die Ware j und k) stattfinden und Preise und Mengen bestimmter

---

[4] Es ist zu beachten, dass bei Berechnung der Kovarianz die drei Waren nach Maßgabe der Werte $p_0q_0/\Sigma p_0q_0$ zu gewichten sind (wie dies auch bei L. v. Bortkiewicz bei der Herleitung seines bekannten Theorems geschehen ist). Die Gewichte sind demnach jeweils 0,2 für Ware 1 und 2 und 0,6 für Ware 3. Nimmt man keine solche Gewichtung vor, so entsteht der unzutreffende Eindruck, Preis- und Mengenveränderungen seien in diesem Beispiel nicht korreliert. Nach dem Theorem of L. v. Bortkiewicz gilt bekanntlich $C < 0 \rightarrow P^L > P^P$, $C > 0 \rightarrow P^L > P^P$ (hier und an anderen Stellen soll von den Subskripten 0 und t abgesehen werden).

[5] oder Verbilligung wie im Falle der zweiten zyklischen Permutation (im Uhrzeigersinn, vgl. Tab. 3).

[6] Herr von Auer behauptet "(there) is no logical reason to claim that a change in the average price level has occurred". Diese Logik baut jedoch entscheidend darauf auf, dass die Vertauschungsoperation als ein Gleichbleiben der Mengen interpretiert werden kann. Wir meinen, dass es durchaus logische Gründe gibt, im Falle von Tab. 1 von einer Preissteigerung zu sprechen.

Waren (etwa im Falle der Ware m) auch gleich bleiben können, gilt nach den in Tab. 2 aufgeführten Folgerungen beim IT[7]:

(2) $P^P_{0t} = 1/P^L_{0t}$ und

(2a) $P^L_{0t} = Q^L_{0t}$ (und wegen $W_{0t} = 1$ auch $P^P_{0t} = Q^P_{0t}$) sowie

(2b) $C = 1 - \left(Q^L_{0t}\right)^2$ oder $C < 0 \rightarrow Q^L = P^L > 1$, $C > 0 \rightarrow Q^L = P^L < 1$.

Tabelle 2 Inversionstest IT in einem drei Waren Szenario

Gut	Basisperiode		Berichtsperiode	
(i)	p_{i0}	q_{i0}	p_{it}	q_{it}
1	6	6	6	6
2	6	2	3	4
3	3	4	6	2

Folgerungen
für j und k* gilt $j \rightarrow k$: $p_{j0} = p_{kt}$, $q_{j0} = q_{kt}$ und $k \rightarrow j$: $p_{k0} = p_{jt}$, $q_{k0} = q_{jt}$
für m** gilt $p_{m0} = p_{mt}$, $q_{m0} = q_{mt}$, und damit $p_{m0}\, q_{m0} = p_{mt}\, q_{mt} = p_{m0}\, q_{mt} = p_{mt}\, q_{m0} = R$

* das Paar innerhalb dessen getauscht wird
** Güter deren Preis-Mengen-Kombination gleich bleibt

Ferner gilt wegen $p_{kt}\sqrt{q_{k0}q_{kt}} + p_{jt}\sqrt{q_{j0}q_{jt}} = p_{j0}\sqrt{q_{jt}q_{j0}} + p_{k0}\sqrt{q_{kt}q_{k0}}$, dass auch der Walsh Index[8] $P^W_{0t} = \sum p_t \sqrt{q_0 q_t} \Big/ \sum p_0 \sqrt{q_0 q_t}$ den IT erfüllt, während die Indizes P^L und P^P den IT nicht erfüllen solange C ? 0 ist. Zur Veranschaulichung dieser auf das Theorem of L. v. Bortkiewicz Bezug nehmende Aussage zu C, mag die folgende Überlegung dienen, die zugleich ein Licht auf die "Logik" des IT wirft und des Schlusses auf "spurious inflation" im Falle von P^L (weil P^L diesen Test nicht erfüllt). Wie man leicht sieht, gilt $P^L = P^P = 1$ dann und nur dann, wenn die Mengen aller n Waren in 0 gleich sind und damit (als Ergebnis der Vertauschung) auch in t, wenn also gilt $q_{i0} = q_{it} = q$. Dann ist P^L und P^P gleich dem ungewogenen Index von Dutot $\frac{\sum p_t}{\sum p_0} = \frac{\bar{p}_t}{\bar{p}_0} = P^D_{0t} = 1$. Es stellt sich also heraus, dass der IT nur dann von P^L und P^P erfüllt wird, wenn die Mengen praktisch keine Rolle spielen, weil sie alle gleich sind. Sind dagegen die Mengen verschiedener Güter unterschiedlich (etwa q_{10} ? q_{20}) oder im Zeitablauf veränderlich (q_{1t} ? q_{10}), ist es nicht legitim, einfach von Ausgabenkonstanz auf "keine Inflation" zu schließen[9].

2. Berücksichtigung der Mengen beim Vergleich des Preisniveaus und die mit den Preisindizes korrespondierenden Mengenindizes

Betrachten wir die Mengenindizes nach Laspeyres und Paasche im Falle der Tabelle 1 und 2. Es stellt sich heraus, dass sie eine Mengenänderung anzeigen und dass sie dies auch zu Recht tun. Man kann deshalb die angezeigte Mengenbewegung auch nicht als "spurious growth" (also scheinbares reales Wachstum in Analogie zur spurious inflation) bezeichnen und deshalb auch die mit ihr korrespondierende Preisbewegung nicht als "spurious inflation". Das ist in nuce unsere Kritik an v. Auer (ungeachtet dessen, dass das von ihm vorgebrachte Argument auf den ersten Blick in der Tat sehr überzeugend und einleuchtend ist).

---

[7] Nicht beim PT.
[8] Im Folgenden ist z.T. die Indizierung der Ware (mit i) unterlassen worden, weil klar ist, dass über i summiert wird.
[9] Das ist im Kern unsere Kritik am IT und an v. Auers Interpretation der "spurious inflation".

Bei Tab. 1 erhält man $Q_{0t}^{L} = 54/60 = 0{,}9$ und $Q_{0t}^{P} = 60/66 = 0{,}909$, so dass danach die Mengen um 10% bzw. 9,1% zurückgegangen sind. Nach *beiden* Indizes liegt hier (im Falle einer Demonstration des PT) ein Mengenrückgang vor, was sich auch begründen lässt[10].

Mengen verschiedener Güter sind nicht aggregierbar. Oft gibt es noch nicht einmal eine gemeinsame Maßeinheit, so dass Σq_{it} gar nicht definiert ist. Aggregierbar sind hingegen Volumen. Sie sind Ausdruck einer (reinen) Mengenveränderung dann und nur dann, wenn sie Aggregate "zu konstanten Preisen" sind, ihnen also die gleichen Preise, nicht aber die gleichen Mengen zugrunde liegen.

Im Falle von Tab. 1 sollte die Mengenentwicklung nicht danach beurteilt werden, dass einem Rückgang in Höhe von 4 bei Ware 1 wegen $q_{1t} - q_{10} = 2 - 6 = -4$ eine Zunahme der Mengen der beiden anderen Waren um zusammen ebenfalls 4 gegenübersteht, weil $q_{2t} - q_{10} = 4 - 2 = 2$ und $q_{3t} - q_{30} = 6 - 4 = 2$. Es ist vielmehr zu berücksichtigen, dass die Waren unterschiedlich wertvoll sind, gemessen an den Preisen zur Basiszeit. Danach ist Ware 3 nur halb so viel Wert wie die Waren 1 und 2. Die Zunahme der Mengen der Ware 3 um +2 kann also nicht eine entsprechende (um 2) Abnahme der Menge bei Ware 1 aufwiegen[11]. Das Volumen (als Indikator der Mengenbewegung) ist zu Recht abnehmend

(3) $$\left(Q_{0t}^{L} - 1\right) \cdot \sum p_0 q_0 = \sum (q_{it} - q_{i0})\, p_{i0} = (-4)\cdot 6 + 2\cdot 6 + 2\cdot 3 = -6\,.$$

Deshalb ist der Mengenindex nach Laspeyres auch zu Recht kleiner als 1, denn

$$Q_{0t}^{L} - Q_{00}^{L} = Q_{0t}^{L} - 1 = \frac{\sum (q_{it} - q_{i0}) \cdot p_{i0}}{\sum q_{i0}\, p_{i0}} = \frac{-6}{60} = \frac{54}{60} - 1\,.$$

Man erhält übrigens auch - 6, wenn man den Wert (das Gewicht) der Gütermengen mit den Preisen p_{it} statt p_{i0} misst[12]

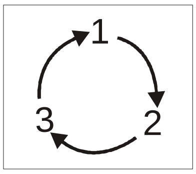
(3a) $$Q_{0t}^{P} - 1 = \sum \left(q_{it} - q_{i0}\right) \cdot p_{it} \Big/ \sum q_{i0} p_{it} = (-6)/66 = 60/66 - 1\,.$$

Im Fall der Tab. 1 (also beim PT)[13] erhalten wir *in jedem Fall*, egal ob man das Konzept von Laspeyres oder von Paasche zugrundelegt eine Abnahme des Volumens und somit zu Recht eine Zunahme des Preisniveaus, ohne dass man von "spurious inflation" sprechen könnte.

Bei der zweiten zirkulären Permutation (jetzt im Uhrzeigersinn) erhält man Tab. 3

Table 3 Zweite zirkuläre Permutation

Gut	Basisperiode		Berichtsperiode	
(i)	p_{i0}	q_{i0}	p_{it}	q_{it}
1	6	6	3	4
2	6	2	6	6
3	3	4	6	2



Hier kann man mit Recht von einer Zunahme der Mengen sprechen, denn man erhält analog zu Gl. 3 den Ausdruck $Q_{0t}^{L} - 1 = (-2)\cdot 6 + 4\cdot 6 + (-2)\cdot 3 = +6$. Die entsprechende Betrachtung

[10] Im Falle der den IT (im Unterschied zum PT) demonstrierenden Tab. 2 ist das Ergebnis nicht so eindeutig.

[11] so wie eine Zunahme der Menge bei Ware 2 eine entsprechende Abnahme der Menge bei Ware 1 aufwiegen kann (da ja $p_{20} = p_{10} = 6$).

[12] Der Unterschied zum IT besteht darin, dass man dort - anders als beim PT - nicht mehr das gleiche Ergebnis einer Zu- bzw. Abnahme der Volumen erhält, egal mit welchen Preisen man die Mengen gewichtet.

[13] Wir werden sehen, dass man beim IT, anders als beim PT, keine eindeutige Aussage mehr über den Mengenindex erhält.

mit Preisen der Berichtszeit führt ebenfalls zu einer Mengenzunahme $\sum(q_{it} - q_{i0}) \cdot p_{it} = +6$. Wegen $\Sigma q_0 p_0 = 60$ und $\Sigma q_0 p_t = 54$ ergibt sich hieraus $Q^L = 66/60$ und $Q^P = 60/54$, also eine eindeutige Zunahme der Volumen (als Maß für die Mengenentwicklung) und damit Abnahme des Preisniveaus $P^L = 54/60 = 0{,}9$ und $P^P = 60/66 = 0{,}909$[14].

Der auffallendste Unterschied zwischen dem PT und dem IT besteht darin, dass beim IT die Mengenentwicklung nicht mehr eindeutig (egal welche Preise man zugrundelegt) steigend oder abnehmend ist, sondern ein unterschiedliches Vorzeichen hat. Eine Betrachtung in Analogie zu Gl. 3 und 3a führt bei Tab. 2 zu

$$\sum(q_{it} - q_{i0})\, p_{i0} = 0 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + (-2) \cdot 3 = +6 \text{ so dass } Q^L = 66/60 = 1{,}1 > 1, \text{ und}$$

$$\sum(q_{it} - q_{i0})\, p_{it} = 0 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + (-2) \cdot 6 = -6, \text{ so dass } Q^P = 60/66 = 0{,}909 < 1.$$

Wenn die Mengenindizes beim IT in unterschiedliche Richtung zeigen, $Q^L > 1$ und $Q^P < 1$, dann ist es nicht überraschend, dass das Gleiche auch für die Preisindizes gilt.

Man verifiziert übrigens leicht Gl. 2a sowie Gl. 2 für den Fall der Tab. 2, denn[15] $P^L = Q^L = 66/60$ und $P^P = Q^P = 60/66$. Ferner ist die Kovarianz $C = 1 - (1{,}1)^2 = -0{,}21$ und deshalb auch $P^P < P^L$. Es ist auch leicht zu sehen, dass gilt $\sum(q_{it} - q_{i0})\,\overline{p}_i = 0$ mit $\overline{p}_i$ als einem geeigneten Mittelwert aus p_{i0} und p_{it}, etwa dem arithmetischen oder dem geometrischen Mittel, weshalb auch die Indizes von Marshall und Edgeworth P^{ME} und Fisher P^F den IT erfüllen[16].

3. Was ist die "Botschaft" des Inversionstests?

Durch Vergleich mit anderen Tests soll abschließend kurz versucht werden zu zeigen, wie das Kriterium des IT interpretiert werden könnte. Es zeigt sich, dass es alles andere als klar ist, mit welchen Eigenschaften einer Indexformel es zusammenhängt, ob der IT erfüllt ist oder nicht und dass es deshalb auch nicht klar ist, weshalb es vorteilhaft (nachteilig) sein soll, wenn ein Index den IT erfüllt (nicht erfüllt)[17].

Der hier gewählte Weg durch Vergleich mit dem "passenden" *Mengen*-index zu zeigen, ob es Sinn macht, dass ein *Preis*-index unter den Bedingungen des IT ungleich 1 ist, kann nur begangen werden, wenn ein Paar von Indizes, wie etwa der Preisindex P^F und der Mengenindex Q^F von Fisher die Faktorumkehrbarkeit erfüllt, oder wenn Indizes, wie P^P und P^L den Produkttest (schwache Faktorumkehrbarkeit) erfüllen, wonach für den Wertindex W_{0t} gilt

$$W_{0t} = P^F_{0t} Q^F_{0t} = P^P_{0t} Q^L_{0t} = P^L_{0t} Q^P_{0t}\,.$$

Erfüllen Indizes dieses Kriterium nicht, etwa die Indizes Törnquist oder Walsh, dann kann auch daraus, dass $Q^W = 1$ oder $Q^T = 1$ ist (was unter den Bedingungen des IT stets gilt), nicht gefolgert werden, dass auch das Ergebnis $P^W = P^T = 1$ (was ebenfalls stets gilt) eine gewisse Berechtigung hat[18].

---

[14] Die Kovarianz ist auch hier wieder +0,01 so dass wie bei der ersten zirkulären Permutation gilt $P^L < P^P$, allerdings haben wir eine eindeutige Preissteigerung bei der ersten und Preissenkung bei der zweiten zirkulären Permutation.

[15] Es ist nicht überraschend, dass bei Tab. 2 wie bei Tab. 1 $P^L = 1{,}1$ ist, denn die beiden Tabellen unterscheiden sich nur durch die Spalte q_{it}.

[16] Der Index P^{ME} wird von v. Auer besonders geschätzt, u.a. auch weil er den IT erfüllt. Das wurde nicht nur in dem zitierten Vortrag in Erfurt deutlich, sondern auch in L. v. Auer, Inversion Tests for Price and Quantity Indices, Working Paper No. 2/2000 der Faculty of Economics and Management, Universität Magdeburg.

[17] Das ist das Ergebnis von noch unfertigen und auch noch nicht wirklich befriedigenden Überlegungen zum Vergleich des IT mit anderen Axiomen. Es soll deshalb hierauf nur kurz eingegangen werden.

[18] Unser Argument war ja: Akzeptiert man unter den Voraussetzungen des IT die Mengenmessung mit $Q^L > 1$ ($Q^L < 1$) als "legitim" ($Q^L > 1$), so ist auch $P^P < 1$ ($P^P > 1$) als sinnvolle Preismessung anzuerkennen. Ent-

Bei Formeln, die den IT stets erfüllen, wie etwa die von Walsh oder Törnquist, andererseits aber den Produkttest nicht erfüllen, macht es wenig Sinn eine Zunahme des Preisindexes ($P > 1$) durch eine Abnahme des analog konstruierten Mengenindexes ($Q < 1$) oder umgekehrt $P < 1$ durch $Q > 1$ rechtfertigen zu wollen. Bei den genannten Indizes ist unter den Bedingungen des IT stets $P = Q = 1$, ohne dass daraus etwas über die Sinnhaftigkeit des IT oder der Indexformel folgen würde.

Schon v. Auer hat festgestellt, dass der IT und die bekannte Zeitumkehrbarkeit (time reversal test TR) unabhängig sind, was dadurch gezeigt wird, dass man Indexfunktionen benennt, die IT aber nicht TR erfüllen und umgekehrt. Aus dem Vergleich IT mit TR kann man also nicht viel entnehmen was für die Interpretation des IT von Nutzen wäre.

Ein weiterer Test, der angesichts der beim IT typischen Vertauschung eine Verwandtschaft zum IT haben könnte, ist der Mengensymmetrietest (quantity reversal test, QRT)

(4) $$P(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t, \mathbf{p}_t, \mathbf{q}_0) = P(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_0, \mathbf{p}_t, \mathbf{q}_t),$$

wonach die Mengen q_0 und q_t symmetrisch in die Indexformel eingehen. Man überzeugt sich leicht, dass die folgende Formel (mit dem quadratischen Mittel QM)

(5) $$P_{0t}^{QM} = \sqrt{\sum \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)^2 \frac{p_{i0}q_{i0} + p_{i0}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{i0} + \sum p_{i0}q_{it}}}$$

diesem Kriterium genügt, während z.B. der Index von Törnquist den QRT verletzt, denn die Exponenten g_i in

$P_{0t}^T = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)^{g_i}$ mit $g_i = \frac{1}{2}\left(\frac{p_{i0}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} + \frac{p_{it}q_{it}}{\sum p_{it}q_{it}}\right)$ und $w_i = \frac{1}{2}\left(\frac{p_{i0}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{it}} + \frac{p_{it}q_{i0}}{\sum p_{it}q_{i0}}\right)$ sind nicht identisch. Andererseits erfüllt P^T den IT, während P^{QM} dies nicht tut, wie man leicht im Beispiel von Tab. 2 sieht. Man erhält dort $P_{0t}^{QM} = \sqrt{1^2 \cdot \frac{72}{126} + \frac{1}{4} \cdot \frac{36}{126} + 2^2 \cdot \frac{18}{126}} = 1{,}10195 \neq 1$.

Insgesamt gilt also Tab.4.

Tabelle 4 Der Inversionstest (IT) und der quantity reversal test (QRT) sind unabhängig

	Mengensymmetrietest (QRT)	
Inversionstest (IT)	erfüllt	nicht erfüllt
erfüllt	Fisher, Marshall-Edgeworth, Walsh	Törnquist, Walsh-Vartia, Theil, Vartia I + II, Stuvel,
nicht erfüllt	quadrat. Mittel (QM-Index)	Laspeyres, Paasche

Es gibt erstaunlich viele IT-kompatible Indizes, die QRT nicht erfüllen. Erwähnt sei abschließend noch, dass sich die mit dem Szenario des IT verbundenen Preis- und Mengenänderungen auch gegenseitig aufheben können, so dass auch P^L und P^P bei bestimmten Datenkonstellationen den IT erfüllen können (siehe Tab. 5).

sprechend gilt: ist $Q^P < 1$ akzeptabel, dann kann man bei $P^L > 1$ auch nicht von "spurious inflation" sprechen. Ist ein Index nicht faktorumkehrbar (im strikten oder im schwachen Sinne), dann ist es nicht möglich, die "Sinnhaftigkeit" der Preisindexformel damit zu begründen, dass einem die entsprechende Mengenindexformel (allein) sinnvoll erscheint. Es ist dann insbesondere der Umstand, dass der Mengenindex 1 ist kein "Beweis" dafür, dass auch der Preisindex 1 sein sollte (also den IT erfüllt).

Tabelle 5 Inversionstest mit zwei sich gegenseitig aufhebenden Vertauschungen*

Ware	p_0	q_0	p_t	q_t	r_i	m_i
1	6	6	6	6	1	1
2	6	2	3	4	1/2	2
3	3	4	6	2	2	1/2
4	9	10	6	8	2/3	4/5
5	6	8	9	10	3/2	5/4

* r_i sind die Preis- und m_i die Mengenmesszahlen. In dieser Tabelle ist eine Inversion zwischen jeweils zwei Paaren (nämlich 2 ↔ 3 wie bisher und 4 ↔ 5) in der Weise angenommen worden, dass sie sich quasi gegenseitig aufheben.

Im Falle von Tab. 5 ist zwar $P_{0t}^{L} = P_{0t}^{P} = W_{0t} = 1$, aber

$$P_{0t}^{QM} = \left[\left(72 + \frac{1}{4}\cdot 36 + 4\cdot 18 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 162 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 108\right) \Big/ 396\right]^{1/2} = 1{,}08711.$$

Fazit: Der Inversionstest (IT) ist auf den ersten Blick ein einleuchtendes Kriterium, dem eine Preisindexformel genügen sollte. Dass der Laspeyres Index den IT verletzt, scheint ein schwerer Mangel zu sein (Vorwurf der "Scheininflation"). Bei genauerem Hinsehen zeigt sich jedoch, dass diese Eigenschaft der Laspeyres (und Paasche) Formel durch Betrachtung der korrespondierenden Mengenindizes zu rechtfertigen ist und dass es keineswegs klar ist, was impliziert ist, wenn der IT erfüllt oder nicht erfüllt ist. Es dürfte deshalb insbesondere angreifbar sein, wenn man aus der Tatsache, dass eine Indexfunktion (wie etwa P^F oder P^{ME}) den IT erfüllt, einen Grund ableitet, um die entsprechende Formel zu bevorzugen.