Prof. Dr. Peter von der Lippe

Formeln zur Vorlesung "Wirtschaftsstatistik" (Grundstudium)

2.2. Bestands- und Stromgrößen

Sektor 1 = Außenwelt
Sektor 2 = Systeminneres

inflow-outflow-Matrix

	1	2	Σ
1		Z_{0m}	
2	A_{0m}	G_{0m}	B_0
Σ		B_m	

Anfangsbestand B_0, Endbestand B_m, Bilanzsumme $N_{0m} = G_{0m} + Z_{0m} + A_{0m}$, Bilanzgleichung $N_{0m} = B_0 + Z_{0m} = A_{0m} + B_m$, Fortschreibung $B_m = B_0 + Z_{0m} - A_{0m}$.

2.5. Kennzahlen der Bestandsanalyse

Umschlagshäufigkeit	mittlere Verweildauer	
$U \equiv \frac{m}{\bar{d}} = \frac{N_{0m}}{\bar{B}}$	$\bar{d} = \frac{\sum d_i U_i}{\sum U_i}$ arithmetisches Mittel	$\bar{d}^{-1} = \frac{1}{n}\sum \frac{1}{d_i}$ harmonisches Mittel

2.7. Kennzahlen bei einer offenen Masse

a) Schätzung der **Zeitmengenfläche** F_{0m} **und** des **Durchschnittsbestands** $\bar{B}$ als "chronologisches Mittel": $F_{0m} = \frac{1}{2}B_0 + B_1 + B_2 + \ldots + B_{m-1} + \frac{1}{2}B_m$ und $\bar{B} = \frac{F_{0m}}{m}$, was i.d.R. verschieden ist von $\tilde{B} = \frac{1}{2}(B_0 + B_m)$.

b) Schätzung der **durchschnittlichen Verweildauer**:

1. Definition: $\bar{d} = \frac{V}{N_{0m}}$ (die Verweilsumme $V = \sum d_i$ muss geschätzt werden durch F_{0m}^*)
2. Beteiligte Einheiten (nach Bilanzgleichung): $N_{0m} = G_{0m} + Z_{0m} + A_{0m}$
3. Korrektur von F_{0m} um Aufbau- und Abbauverweildauer: $F_{0m}^* = F_{0m} + B_0\bar{d}_0 + B_m\bar{d}_m$
4. Annahme über durchschnittliche Aufbau- und Abbauzeit (Verteilungsparameter λ):
   $\bar{d}_0 = \lambda\bar{d}, \quad \bar{d}_m = (1-\lambda)\bar{d}, \quad 0 \le \lambda \le 1$.
5. Daraus erhält man die folgenden bekannten Formeln

allgemein	speziell für $\lambda = \frac{1}{2}$
$\bar{d} = \frac{F_{0m}}{\lambda Z_{0m} + (1-\lambda)A_{0m}}$	$\bar{d} = \frac{2F_{0m}}{Z_{0m} + A_{0m}}$

Diese Abschätzungen sollten nur angewendet werden, wenn gilt (Faustregel) $m > 4\bar{d}$.

Beispiel

Berechnen Sie den Durchschnittsbestand und schätzen Sie die durchschnittliche Verweildauer (in der Arbeitslosigkeit) sowie die Umschlagshäufigkeit des Arbeitslosenbestands mit den folgenden Zahlen zu Bestand und Bewegung bei der Arbeitslosigkeit, die für die Bundesrepublik für die Zeit 1982 bis 1987 galten[1]: (aktuellere Zahlen werden in der Vorlesung präsentiert)

[1] Quelle: J. Kühl, 15 Jahre Massenarbeitslosigkeit, Aspekte einer Halbzeitbilanz, in: Aus Politik und Zeitgeschichte, Beilage zur Wochenzeitschrift "Das Parlament",16.9.1988.

Jahr	Bestand	Zugang	Abgang
1982	1.833.244	3.706.655	3.187.165
1983	2.258.235	3.704.185	3.578.551
1984	2.265.559	3.672.791	3.696.594
1985	2.304.014	3.750.240	3.728.294
1986	2.228.004	3.637.266	3.766.214
1987	2.228.788	3.726.460	3.636.411
	F_{0m} =	Z_{0m} =	A_{0m} =

2.9. Tafelrechnung am Beispiel der Sterbetafel

a) vereinfachte Version der Sterbetafel (Tafelfunktionen l_x, q_x, d_x, T_x, e_x)

1. **Abgangsordnung l_x** monoton fallend; rekursiv zu bestimmen mit Geburtenkohorte (meist willkürlicher l_0 = 100.000), $l_1 = l_0 p_0 = l_0(1-q_0)$, $l_2 = l_1 p_1 = l_0 p_0 p_1$ usw., allgemein

$$(1) \qquad l_{x+1} = l_x p_x = l_0 p_0 p_1 \cdot \ldots \cdot p_x = l_0 \prod_{y=0}^{y=x}(1-q_y)$$

2. Anzahl der im Alter x Gestorbenen d_x und einjährige **Sterbewahrscheinlichkeiten q_x**

$$(2) \qquad q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

Überlebenswahrscheinlichkeit $p_x = 1 - q_x$, die Funktion q_x ist U-förmig, ab x = 10 mit zunehmendem x steigend

3. **Hilfsfunktion T***: Die von den Überlebenden des Alters x noch zu durchlebenden Jahre T_x^*

$$(3) \qquad T_x^* = \sum_{y=\omega}^{x} l_y = \sum_{y \geq x} l_y$$

von unten ($y = x_{max} = \omega$) nach oben (bis y = x) aufaddieren, eine Verweilsumme (Dimension: "Personenjahre")

4. Durchschnittliche weitere **Lebenserwartung e*** im Alter von x

$$(4) \qquad e_x^* = \frac{T_x^*}{l_x}$$

Funktion ist i. d. R. monoton fallend; zu erwartendes Sterbealter demnach $x + e_x^*$

b) bei Verteilung des Sterbezeitpunkts über das Jahr (übliche Version)

$$(1a) \qquad L_x = \frac{1}{2}\left(l_x + l_{x+1}\right) = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x$$

damit ändern sich T* und e* zu T und e wie folgt

(3a) $T_x = \sum L_y$	4a) $e_x = \frac{T_x}{l_x} = e_x^* - \frac{1}{2}$.

Rechteckige Abgangsordnung

$$(5) \qquad e_x - e_{x+1} = 1 - q_x\left(e_{x+1} + \frac{1}{2}\right)$$

Exkurs Heiratstafel (zwei Abgangsarten)

Einjährige Heiratswahrscheinlichkeit h_x, Einjährige Sterbewahrscheinlichkeit q_x wie bisher. Abgangsordnung $l_{x+1} = l_x(1 - q_x - h_x)$, vom Alter x bis x+1 Heiratende $H_x = l_x h_x$, von Ledigen im Alter x noch heiratende Ledige $N_x = \sum H_y$ ($y \geq x$). $n_0 = N_0/l_0$ (bei Männern 85%/ Frauen 90%)

Heiratserwartung (überhaupt [irgendwann noch] zu heiraten) $n_x = N_x/l_x$ (monoton fallend)	$1-n_x$ Gegenwahrscheinlichkeit als Lediger zu sterben (monoton steigende Sigmoidkurve)