Aufgabe 2.10

Lösung erfolgt über die Gegenwahrscheinlichkeit. Daher wird zunächst die Wahrscheinlichkeit dafür gesucht, dass alle Personen an unterschiedlichen Tagen Geburtstag haben.

Mögliche Fälle:
Es findet eine Auswahl statt, es kommt auf die Anordnung an und eine Wiederholung ist möglich.

n = 365 Tage im Jahr
i = 10 Geburtstage

$V_w = 365^{10}$

Günstige Fälle
(günstig in dem Sinne, dass alle an unterschiedlichen Tagen Geburtstag haben)
Es findet eine Auswahl statt, es kommt auf die Anordnung an aber es ist keine Wiederholung möglich.

n = 365
i = 10

$$V = \frac{n!}{(n-i)!} = \frac{365!}{355!}$$

Wahrscheinlichkeit, dass alle an unterschiedlichen Tagen Geburtstag haben:

$$\frac{\frac{365!}{355!}}{365^{10}} = 0{,}88305$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also 1 – 0,88305 = 0,11695

Zur Illustration:
(für diejenigen, denen das nicht ganz einsichtig erscheint)

Mögliche Fälle:
Der erste Gast kann an 365 Tagen Geburtstag haben, der zweite Gast auch, für den dritten gilt das gleiche usw. Es gibt also $365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot ... = 365^{10}$ Möglichkeiten

Günstige Fälle:
(„günstig wie oben)
Der erste Gast kann an 365 Tagen Geburtstag haben, der zweite Gast an 364 Tagen (nicht am gleichen Tag wie der erste Gast), der dritte Gast an 363 Tagen usw. Es gibt also $365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot ... \cdot 356 = \frac{365!}{355!}$ Möglichkeiten. Dies entspricht aber genau der Formel für eine Variation ohne Wiederholung.