Aggregationseigenschaften (Additivität) von Kettenindizes

von

Peter von der Lippe

Der Beitrag beschäftigt sich mit (angeblichen) Lösungen eines bei Kettenindizes meist als gravierend empfundenen Problems, nämlich der nicht gegebenen Additivität. Dabei widmen wir uns besonders der Kritik einer Empfehlung von Claude Hillinger (Abschnitt 3), die vorgibt, das Problem gelöst zu haben. Schon der einführende Abschnitt 1 dürfte jedoch deutlich machen, dass eine wirkliche Lösung dieses Kettenindizes inhärenten Problems nicht zu erwarten ist, und es sollte auch nicht vergessen werden, dass Nicht-Additivität keineswegs das einzige oder auch nur das schwierigste Problem bei der Verwendung von Kettenindizes ist.

1. Was heißt "Additivität" bei Indizes ?

Bei der Diskussion über Kettenindizes spielt der Mangel nicht " additiv " zu sein eine nicht unerhebliche Rolle. Die fehlende "Additivität" ist auch im SNA gesehen und problematisiert worden, obgleich man dort alles Erdenkliche tat um Kettenindizes zum Durchbruch zu verhelfen, d.h. sie zur verbindlichen Methodologie zu machen, was inzwischen auch geschehen ist[1]. Im SNA ist man sogar so weit gegangen, wegen des unbestrittenen Mangels ein Nebeneinander von Volumen (deflationierten Werten), die nach zwei verschiedenen Methoden errechnet wurden, zu empfehlen[2]:

"Although the preferred measure of real growth and inflation ... is a chain Fisher index, or alternatively a chain Laspeyres or Paasche index, it must be recognised that lack of additive consistency can be a serious disadvantage ... It is therefore recommended that disaggregated constant price data should be compiled and published in addition to the chain indices for the main aggregates" (SNA [1993] Tz. 16.75)

Bevor wir darauf zu sprechen kommen,

- ob und in welchem Maße diese fehlende "additive consistency" von "Praktikern" als Mangel betrachtet wird[3] und
- auch auf immer wieder in der Literatur vorgebrachte Vorschläge diesen Mangel zu heilen (in diesem Zusammenhang werden wir uns besonders mit einer Idee von Claude Hillinger auseinandersetzen)

sollte auf einige Begriffsverwirrungen hingewiesen werden und zwischen unterschiedlichen Arten der "Aggregation" und damit auch der "Additivität" unterschieden werden. Danach sind Begriffe wie "additiv", "aggregativ", "linear" oder "konsistent" usw. alles andere als klar und sie werden geradezu beliebig miteinander kombiniert. Wir wollen nachfolgend drei Begriffe unterscheiden (A1, A2, A3), zwischen denen eine Teilmengenbeziehung besteht, dergestalt, dass A3 $\subseteq$ A2 $\subseteq$ A1 ist, so dass man auf dem Weg von A1 über A2 zu A3 zu zunehmend spezielleren (restriktiveren) Konzepten gelangt.

---

[1] Es ist klar, dass man diese in internationalen Gremien (bedauerlicherweise) beschlossene Weichstellung zur Kenntnis zu nehmen hat. Dem steht aber nicht entgegen, dass man sich gleichwohl Gedanken machen kann über mögliche Nachteile von Kettenindizes, zumal diese in großer Zahl existieren und eigentlich auch weitgehend bekannt sein sollten. Das ist sehr ausführlich geschehen in einer im Folgenden wiederholt zitierten Monographie des Verfassers, die unter dem Titel "Chain Indices, A Study in Index Theory" in der Schriftenreihe "Spektrum der Bundesstatistik" (Bd. 16) des Statistischen Bundesamts erschienen ist, Wiesbaden 2001.

[2] Auf eine ähnliche (jedoch anders motivierte) Empfehlung von Triplett kommen wir in Abschn. 2 zu sprechen.

[3] Es ist danach noch gar nicht einmal sichergestellt, dass die "Nichtadditivität" von Praktikern überhaupt im Sinne des SNA-Zitats als "serious disadvantage" empfunden wird (vgl. Abschnitt 2).

1.1 Aggregative Konsistenz (A1) und Linearität der Indexfunktion (A2)

Mit aggregativer Konsistenz (A1) ist gemeint, dass die ein- und mehrstufige Berechnung eines Preisindexes (etwa direkt von den Preismesszahlen zum Gesamtindex oder aber in zwei Stufen über Preismesszahlen → Teilindizes (Sektorindizes) → Gesamtindex) mit der gleichen Formel (bei entsprechend angepassten Gewichten) erfolgen kann. Die Indexfunktion ist damit unabhängig davon, über wie viele Ebenen aggregiert wird (invariant gegenüber dem Aggregationsprozess). Man kann zeigen, dass A1 im Zusammenhang steht mit der Darstellbarkeit der Indexfunktion in Abhängigkeit von Messzahlen und danach verschiedene Varianten von A1 unterscheiden[4]. Dieser Begriff von "Additivität" dürfte auch in dem folgenden sich auf entsprechend definierte Mengenindizes[5] beziehenden Zitat gemeint sein: "In the old days of fixed weights, the creation of alternative output indexes was a simple matter of addition or subtraction. With the new chain-type measures, creating price and output measures for alternative concepts has become more difficult."[6]

Es ist ziemlich unbestritten dass hinsichtlich der Aggregation und Disaggregation die Welt mit Kettenindizes komplizierter geworden ist. Eine andere Frage ist, ob man damit leben kann (worauf wir noch zu sprechen kommen) und ob das nicht möglicherweise durch anderweitige Vorteile von Kettenindizes aufgewogen wird[7].

Ein speziellerer Begriff ist "Additivität" im Sinne von "Linearität" (Konzept A2). Die Indexfunktion $P(\mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t, \mathbf{q}_0)$, als eine Funktion P(...) von zwei Preis- und zwei Mengenvektoren[8] ist linear in den Preisen von t (entsprechend ist definiert linear in den Preisen von 0) wenn bei $\mathbf{p}_t^* = \mathbf{p}_t + \mathbf{p}_t^+$ (z.B. bei $\begin{bmatrix}6\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$) gilt

$$(1) \qquad P_{0t}\left(\begin{bmatrix}6\\3\end{bmatrix}, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t, \mathbf{q}_0\right) = P_{0t}\left(\begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t, \mathbf{q}_0\right) + P_{0t}\left(\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t, \mathbf{q}_0\right),$$

was z.B. im Falles des direkten Laspeyres Preisindexes P_{0t}^L erfüllt ist, oder auch für den direkten Paasche Preisindex P_{0t}^P gilt, nicht aber für den Fisher-Index $P_{0t}^F = \sqrt{P_{0t}^L P_{0t}^P}$ (bei dieser Indexfunktion ist Gl. 1 noch nicht einmal erfüllt, wenn der Differenzenvektor $\mathbf{p}_t^+$ aus lauter gleichen Zahlen besteht) und vor allem gilt Gl. 1 nicht bei Kettenindizes *jeglicher Art*, also z.B. nach Laspeyres $\overline{P}_{0t}^{LC}$, Paasche $\overline{P}_{0t}^{PC}$, oder der im SNA als Deflator empfohlene Kettenindex nach Fisher $\overline{P}_{0t}^{FC}$ usw. Es ist hier nicht der Ort, auf die Vorteile hinzuweisen, die gegeben sind, wenn eine Indexformel (Indexfunktion) die Forderungen (Axiome, Tests) A1 und A2 erfüllt, und umgekehrt, was es bedeutet, wenn ein Index, wie der vielgelobte direkte Fisher Index P_{0t}^F (oder auch Törnquist Index P_{0t}^T), oder jede Art Kettenindex *keines* der Axiome, weder A1 noch A2, (noch wie im Folgenden gezeigt wird A3) erfüllt.

---

[4] Eine sehr interessante und kreative Arbeit zu diesem Thema ist L. v. Auer, Consistency in Aggregation (Aggregationskonsistenz), in Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik Bd. 224/5 (2004), S. 383 – 398.

[5] Es geht z.B. um die Integration eines weiteren Teil- oder Sektorindexes in den Gesamtindex.

[6] Mark J. Lasky, Chain-type data and macro model properties, the DRI/Mc Graw-Hill experience, Journal of Economic and Social Measurement, vol. 24 (1998), pp. 83 - 108 (88). Man beachte die Formulierung "in the old days", als ob die Verwendung von direkten Laspeyres Indices (leider oft "Festbasisindex" oder "fixed weights" Index genannt eine Sache des neunzehnten Jahrhunderts gewesen wäre.

[7] Es ist im Prinzip die "message" meines Buches Chain indices (vgl. Fußnote 1), dass hiervon keine Rede sein kann, sondern dass mit Kettenindizes enorme Nachteile verbunden sind. Vgl. auch P. v. d. Lippe, Der Unsinn von Kettenindizes, in Allgemeines Statistisches Archiv (AStA), Bd. 84 (2000), S. 67 - 82.

[8] Das Subskript 0 bzw. t bedeutet - wie üblich - Basis- bzw. Berichtsperiode.

1.2 Strukturelle Konsistenz (Additivität der Volumen, A3)

Das ist das restriktivste Konzept der "Additivität" und auch im einleitenden SNA-Zitat mit dem Begriff "additive consistency" gemeint. Danach sollen sich die mit einem A3 erfüllenden Preisindex als Deflator gewonnen Volumen ($\Sigma p_0 q_t$) addieren wie die Werte ($\Sigma p_t q_t$). Definitionsgleichungen, die für nominale Aggregate (Werte) gelten, sollen in der gleichen Weise für die realen Aggregate (Volumen) gelten. Es ist klar, das dies vor allem von "Gesamtrechnern" gewünscht wird. Daher auch der Hinweis im SNA. Es soll nun gezeigt werden, dass A3, also Additivität der Volumen *nur dann* gelten kann, wenn die Deflationierung mit einem direkten Paasche Preisindex erfolgt. Das gilt wenn man jedes Aggregat mit seinem "eigenen" Deflator deflationiert (was auch "volumenorientierte" Deflationierung genannt wird) und nicht einfach alle Aggregate mit dem gleichen Deflator deflationiert werden (eine solche "realwertorientierte" Deflationierung[9] ist eine triviale "Lösung" des Problems der mit A3 gemeinten strukturellen Konsistenz oder Additivität der Volumen). Die Herleitung ist denkbar einfach[10] und es ist (für mich) eines der bemerkenswertesten Rätsel in der Indextheorie, dass sie so wenig bedacht wird und immer wieder geglaubt wird, man könne mit irgendeinem Trick auch A3 mit einem anderen Deflator als P_{0t}^{P} ermöglichen. Wir wollen ohne Beschränkung der Allgemeinheit davon ausgehen, dass das Gesamtaggregat aus zwei Teilaggregaten besteht. Für die Werte gilt demnach

(2) $W_T = W_1 + W_2$

Wird das Aggregat W_i (1 = 1, 2, T) deflationiert mit dem Preisindex P_i, , so dass $V_i = W_i/P_i$ als "Volumen" bezeichnet wird, dann soll gelten

(3) $$\underbrace{\frac{W_T}{P_T}}_{V_T} = \underbrace{\frac{W_1}{P_1}}_{V_1} + \underbrace{\frac{W_2}{P_2}}_{V_2}.$$

Mit den Anteilen $\omega_1 = W_1/W_T$ und $\omega_2 = W_2/W_T = 1 - \omega_1$ erhält man nach Division durch W_T

(4) $$\frac{1}{P_T} = \frac{\omega_1}{P_1} + \frac{\omega_2}{P_2},$$

was darauf hinausläuft, dass P_T ein mit Wertanteilen $\omega = p_t q_t/\Sigma p_t q_t$ gewogenes harmonisches Mittel der sektoralen (Teil-) Preisindizes (bzw. Preismesszahlen) sein muss, also ein direkter Paasche Preisindex P_{0t}^{P}. Man beachte, dass Gl. 4 *nicht* verlangt, dass $P_1 = P_2 = P_T$ gilt[11], wohl aber impliziert Gl. 4 dass *nur*[12] P_{0t}^{P} Additivität der Volumen im Sinne von A3 liefert. Ausgehend von diesem Satz ist es berechtigt jeder Behauptung, man habe einen Deflator gefunden, der A3 sicherstellt, mit Skepsis zu begegnen.[13]

---

[9] Sie wird im Prinzip von Hillinger vorgenommen, weshalb wir seine "Lösung" auch als ein "Ei des Kolumbus" bezeichnen wollen. Eine ähnliche Betrachtung scheint mir auch bei Vorschlägen von U. P. Reich vorzuliegen, der jedoch meint, ich hätte ihn missverstanden. Zu den Begriffen " volumenorientiert" und "realwertorientiert" vgl. W. Neubauer, Irreales Inlandsprodukt in konstanten Preisen. Kritisches zur Deflationierung in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung, AStA Bd. 58 (1974, S. 237 - 271.

[10] vgl. v. d. Lippe, Der Unsinn von Kettenindizes, a. a. O.

[11] wie dies in der im Folgenden referierten Betrachtung von Hillinger behauptet wird.

[12] Man kann hier also auch von einem "uniqueness theorem" sprechen.

[13] Dem steht nicht entgegen, dass man mit zahlreichen, was den Rechen- und Datenaufwand betrifft nicht unkomplizierten Umrechnungen und Korrekturen von Kettenindizes einen Deflator konstruieren kann, der dem direkten Paasche Preisindex nahe kommt. Die Vorschläge von u. P. Reich, einen additiven Kettenindex zu konstruieren, scheinen mit in diese Richtung zu laufen.

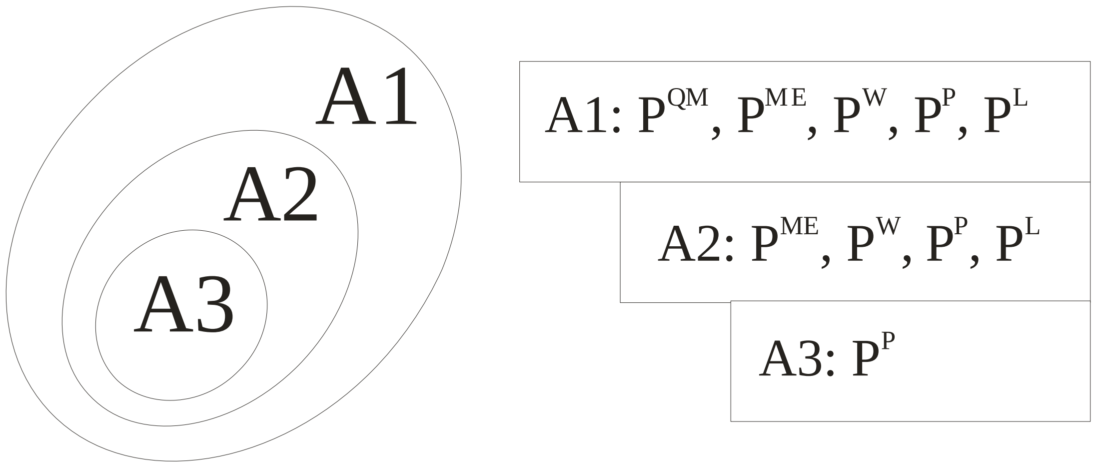
Die folgende Abb. 1 macht deutlich, dass A3 $\subseteq$ A2 $\subseteq$ A1. Indizes, die noch nicht einmal A1 und damit natürlich auch nicht A2 oder gar A3 erfüllen sind die Indizes von Fisher und Törnquist sowie alle Kettenindizes. Mit den Kurzbezeichnungen ist dabei gemeint

(5a) $$P_{0t}^{ME} = \frac{\sum p_t(q_0 + q_t)}{\sum p_0(q_0 + q_t)}$$ (Marshall und Edgeworth)

(5b) $$P_{0t}^{W} = \frac{\sum p_t\sqrt{q_0 q_t}}{\sum p_0\sqrt{q_0 q_t}}$$ (Walsh) und

(5c) $$P_{0t}^{QM} = \sqrt{\sum\left(\frac{p_t}{p_0}\right)^2 \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}}$$ (quadratisches Mittel[14]).

Abb.1: Beziehungen zwischen den Aggregationseigenschaften



Nur wenn für den Deflator (Preisindex P_{0t}) A3 gilt dann gilt auch für den Mengenindex Q_{0t} in Verdingung mit dem Wertindex $W_{0t} = \Sigma p_t q_t / \Sigma p_0 q_0$, also für $Q_{0t} = W_{0t}/P_{0t}$ Linearität in den Mengen der Berichtsperiode, d. h. es gilt

$$Q_{0t}(\mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t^*, \mathbf{q}_0) = Q_{0t}(\mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t, \mathbf{q}_0) + Q_{0t}(\mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, \mathbf{q}_t^+, \mathbf{q}_0) \text{ wenn } \mathbf{q}_t^* = \mathbf{q}_t + \mathbf{q}_t^+ .$$

2. Erfahrungen der Praxis mit der Nichtadditivität

Wie ernst ist das Problem der Nichtadditivität für die Nutzer der VGR Daten und besteht ein Bedarf für alternative Zeitreihen von Volumina?[15] Die in der Literatur hierzu gemachten Feststellungen sind sehr unterschiedlich.

Man findet bei Varvares et al.[16] eine lange Liste von Problemen, auf die man gefasst sein muss, wenn man mit Kettenindizes (z.B. bei der Deflationierung) arbeitet, gleichwohl aber ein insgesamt positive Beurteilung von Kettenindizes. Zur Liste gehören Aussagen wie

- "Components of GDP do not sum to GDP", also das Problem der Nichtadditivität

[14] der Preismesszahlen gewogen mit Ausgabenanteilen der Basisperiode.
[15] im Sinne des einleitenden SNA-Zitats.
[16] C. Varvares et al. Macro modelling with chain-type GDP, Journal of Economic and Social Measurement 24 (1998), 123 - 142.

- "real magnitudes multiplied by their deflators do not give the nominal values"[17]
- "Be prepared to add possibly thousands of lines of additional code to accomodate the new aggregation methods..." (gemeint ist hiermit, dass Definitionsgleichungen in ökonometrischen Modellen angepaßt werden müssen und dass auch die bisher übliche Interpretation von Koeffizienten, die in den Gleichungen auftreten überdacht werden muß),
- "quarterly data do not add to annual data" (Probleme der zeitlichen Aggregation[18])

und es folgen einige Überlegungen, die sich auf die unterschiedliche Interessenlage von Ökonometrikern und Gesamtrechnern[19] (oder allgemein die amtlichen Statistik-Produzenten) und auf spezielle Probleme des Datenangebots in den USA beziehen[20]. Ein immer wieder in der Literatur behandelter Punkt ist auch die (korrekte) Darstellung der entstehungsseitigen Struktur des (realen) Inlandsprodukts nach Produktionsbereichen (Branchen).

Ziemlich reserviert klingen auch Folgerungen von Statistikern des BEA[21] nachdem sie sich mit (angeblichen) Verbesserungen der Statistik durch Einführung von Kettenindizes beschäftigt hatten: "As with most improvements, there is a cost to the new chain-type indexes. Although the annual weights provide more accurate estimates the chained (1992) dollars are not strictly additive ... In order to assist users, BEA introduced several series ... (to) ... provide users with real estimates for ... macro-modeling that are approximately additive ... However, for periods far from the base period, the residual in chained dollars becomes large, and contributions to GDP growth ... can differ significantly."

Danach sind Probleme mit Nichtadditivität durchaus nicht unerheblich und man erkennt - ganz im Sinne des einleitenden Zitats des SNA 1993 den Bedarf für Zeitreihen von Volumen auf der Basis verschiedener Methoden als legitim an. Im gleichen Sinne äußert sich Triplett, indem er sowohl (nicht-additiven) Kettenindizes (etwa $\overline{P}_{0t}^{FC}$ in den USA) als auch direkten Indizes (auch "benchmark-indices" genannt, wie z. B. als Deflator P_{0t}^{P}, oder in den USA P_{0t}^{F}) eine Existenzberechtigung zuerkennt:[22] "Because ... it is generally advantageous for users to have access both to chain indexes, which are preferable for year-to-year or quarter-to-quarter comparisons, and to some form of direct index which is preferable for longer term comparisons (1982 to 1987, or 1987 to 1990). To provide measures for different purposes, the new BEA alternative price and quantity measures include both a chain-type index (the annual

---

[17] Das Argument ist überraschend und nicht begründet. Es ist offenbar auch eine Frage, was man unter "real" und "nominal" verstehen möchte. Noch überraschender und auch inhaltlich völlig unverständlich ist es, dass Lasky zum genau gegenteiligen Ergebnis kommt: "One can see that chain-type aggregate output times the chain type aggregate price index equals aggregate nominal output. Another way to say this is that the implicit price deflator, defined as nominal output divided by real output, equals the price index. This is not true for fixed-weighted concepts: the product of fixed-weighted real GDP and the fixed-weighted GDP price index generally does not equal nominal GDP, except in the base year." Lasky, Chain-type data and macro model properties, a. a. O., S. 85.

[18] Es geht hier um das Problem der "Pfadabhängigkeit" (fehlende Transitivität) bei Kettenindizes, wonach ein Kettenindex nicht unabhängig davon ist, ob ein und das gleiche Zeitintervall in 2, 3 oder 4 usw. Teilintervalle aufgeteilt wird. Vgl. v. d. Lippe, Chain indices a. a. O., S. 175 ff.

[19] Gemeint sind "differences in the level of aggregation".

[20] Letzteres bezieht sich auf das Nebeneinander von Quartals- und Jahresindizes nach Fisher mit unterschiedlicher Gewichtung (different weighting schemes for deep history and recent history) in den USA.

[21] Für die folgenden Zitate J. Steven Landefeld and Robert P. Parker: BEA's Chain Indexes Time Series, and Measures of Long - Term Economic Growth, Survey of Current Business, 77, May 1997, p. 58 - 68. Eines der wichtigsten Probleme (und wohl das im Umgang mit den Nutzern der Statistik irrtierendste Problem) der bisherigen Methodologie der Deflationierung war danach, dass die Ergebnisse sehr abhängig waren von der Wahl des Basisjahres: "When the base year for real GDP was updated in past ... revisions, the size of the revisions ... due solely to updating ... became topics of debate in discussions of budget projections and monetary policy".

[22] Jack E. Triplett : Economic Theory and BEA's Alternative Quantity and Price Indexes, Survey of Current Business, 72, May 1992, p. 49.

weighted index) and a form of direct index (the benchmark - years weighted index), both of which are based on the Fisher Ideal index number formula."

Ganz im Gegensatz dazu findet man Berichte aus den Niederlanden[23] (oder auch aus Australien), wonach die Nutzer mit nicht-additiven Volumen kein Problem haben. Für das Bureau of Economic Policy Analysis in den Niederlanden (das CPB) seien "values in constant prices" ohnehin "meaningless" und "For them the non-additivity is no problem. Discrepancies ... are not eliminated". Ähnlich verhält es sich auch mit dem Netherlands Economic Institute (NEI) der Universität Groningen. Nicht-Addititvität ist "... not a real problem but a matter that calls for special attention when presenting the data to the public", und die Statistiker des NEI "don't use constant price series at all. Their macro-economic models require figures on volume changes. So the issue of non-additivity is not relevant for them"[24].

Im gleichen Aufsatz wird diese non-additivity einerseits als "relatively minor disadvantage" bezeichnet und es werden andererseits Zahlen präsentiert, wonach das reale Inlandsprodukt je nach Art der Aggregation um bis zu etwa 7 Mrd Gulden abweichen kann, und es heißt dazu: "The differences can be quite substantial", was auch die oben zitierte Festellung des BEA bestätigt[25].

3. Hillingers Konstruktion additiver Volumen bei Deflationierung mit Kettenindizes

3.1 Hillinger lässt nur realwertorientierte Deflationierung zu und schlägt eine Triviallösung des Problems der Additivität vor

Nach einem engagierten Plädoyer für die Verwendung von Kettenindizes bei der Deflationierung unterbreitet Hillinger[26] seinen Vorschlag "Additivität" sicherzustellen. Ausgangspunkt ist sein sog. *"Fundamental Postulate for Real Magnitues"*, das aus zwei Aussagen besteht, die wir für schlicht falsch halten:

1. "To be meaningful in an economic sense, real expenditures must reflect the exchange ratios in the market, i.e. current prices" und darauf aufbauend wird gefordert
2. nur eine realwertorientierte Deflationierung mit einem Einheitsdeflator ist sinnvoll.

Mit Satz 1 wird gefordert, dass nicht etwa nur gelten muß (in der Notation von Gl. 2 ff.) $V_1 + V_2 = V_T$ so wie dies im Falle der Werte gilt, sondern auch dass die Struktur der Volumen die gleiche ist wie die der Werte, d.h. es gilt für die Anteile

(6) $\omega_1 = W_1/W_T = V_1/V_T$ und $\omega_2 = W_2/W_T = V_2/V_T$,

[23] Wir beziehen uns hier vor allem auf einem im Internet verfügbaren Beitrag für eine Konferenz bei ISTAT, (Rom Jan.1997) de Boer, van Dalen und Verbiest, The use of chain indices in the Netherlands.

[24] Das Argument mit den Wachstumsraten ist wohl nur so zu verstehen, dass die Frage Kettenindex oder direkter Index keine Auswirkung auf die Wachstumsraten haben soll. Dies ist aber deshalb einigermaßen sonderbar, weil es eines der Argumente *für* die Einführung von Kettenindizes war, dass man damit realistischere Wachstumraten erhalten würde (vgl. v. d. Lippe, Chain indices, a. a. O. S. 223 ff.). Wenn das stimmt, kann es doch eigentlich auch für solche Ökonometriker, die nur mit Wachstumsraten rechnen, nicht egal sein, wie deflationiert wird.

[25] vgl. Fußnote 21. Empirische Angaben zu Unterschieden bei den Wachstumsraten von Volumen aufgrund einer Deflationierung mit Kettenindizes oder mit direkten Indizes finden sich auch auf der homepage des Statistikamts des Vereinigten Königreichs, dem ONS. Wir beziehen uns hier auf zwei dort wiedergegebene Arbeiten von Amanda Tuke sowie Amanda Tuke und David Ruffles. Die Unterschiede sind i.d.R. auf niedrigem Agrregationsniveau größer als auf einem höheren. So können sich z.B. die Wachstumsraten der realen Produktion im Bereich "manufacture of electrical and optical equipment" je nach Art der Preisbereinigung um bis zu 0,7 Prozentpunkte unterscheiden.

[26] Claude Hillinger, Consistent aggregation and chaining of price and quantity measures, Journal of Economic and Social Measurement Vol. 28 (2002), pp.1 - 20.

was unnötig restriktiv ist. Oder im "Originalton" von Hillinger[27]: "Let RE_J, RE_K be the real expenditures on commodity groups J and K respectively at time t and deflated back to the base period 0. Let λ_J, λ_K be the relevant deflators." Dann bedeutet der zitierte (hieran unmittelbar anschließende) problematische Satz Nr. 1 nichts anderes als

$$\frac{RE_J^{0,t}}{RE_K^{0,t}} = \frac{y_J^t / \lambda_J^{0,t}}{y_K^t / \lambda_K^{0,t}} = \frac{y_J^t}{y_K^t} \Rightarrow \lambda_J^{0,t} = \lambda_K^{0,t} = \lambda^{0,t}.$$

Das ist, was Hillinger sein *"Fundamental Postulate"* nennt, und er wundert sich, dass es so wenig bekannt zu sein scheint: "Only a uniform deflator applied to all prices will produce expenditures satisfying the postulate ... (it) obviously maintains the additivity of nominal expenditures. The postulate is so elementary as to seem trivial, but no one appears to have thought of it."

Es ist klar, und in der Tat trivial, dass unter der Bedingung von Gl. 6 nur eine realwertorientierte Deflationierung mit einem Einheitsdeflator zulässig ist und damit im Gegenzug z.B. auch eine doppelte Deflationierung unzulässig wäre. Hillinger setzt sich auch mit der Gegenposition der volumenorientierten Deflationierung auseinander:

"An alternative procedure, which has also been employed by NIPA statisticians is to use sector specific deflators and then to define the aggregate as the sum of the components. This maintains additivity, but violates the postulate in that changes in relative prices between sectors are not taken into account."

Diese Behauptung ist im doppelten Sinne unverständlich, denn

- es ist keineswegs so dass volumenorientierten Deflationierung immer A3 sicherstellt ("maintains additivity"); dies gilt wie gezeigt (Gl. 4) nur im Falle von P_{0t}^P, nicht aber bei *irgend einem* anderen direkten Index, etwa P_{0t}^F und schon gar nicht bei *irgend einem* Kettenindizes, auch nicht bei einem Paasche Kettenindex $\overline{P}_{0t}^{PC}$ oder bei dem vom SNA (nicht aber im ESVG) geforderten Fisher Kettenindex $\overline{P}_{0t}^{FC}$, und
- es ist völlig unverständlich, warum bei volumenorientierten Deflationierung "changes in relative prices" *nicht* (?) berücksichtigt werden sollen. Es ist doch gerade das Kennzeichen dieser Methode, dass nicht nur das (generelle) Niveau (der Generaldeflator also P_T in Gl. 2 - 4), sondern auch die Struktur der Preise (die Unterschiedlichkeit von P_1 und P2) in Rechnung getragen wird.

Die Position Hillingers, die noch einmal zusammengefasst lautet "A consistent set of real measures can only be obtained by using a common deflator, which can only be the aggregate deflator P^t " ist mit ihrer doppelten Betonung von "only" nicht haltbar. Sie ist auch nicht überzeugend begründet, denn für den Index P^t (in unserer Notation P_T) wird angeführt, dass er deswegen so gut sei, weil in ihn alle Daten über Preise eingehen, also Preise der verschiedensten Art, nicht nur Preise für solche Güter und Dienste, die in dem zu deflationierenden Aggregat vorkommen. Dieser Art zu argumentieren begegnet man bei Befürwortern von Kettenindizes häufig: weil der Index P_{0t} nicht nur von den Preisen in den beiden Perioden 0 und t abhängig sondern auch von den Preisen in t-1, t-2 usw. ist er besser. Man könnte mit gutem Recht das Gegenteil geltend machen: ein solcher Index wäre kein reiner Preisvergleich.

Daneben gibt es bei Hillinger auch Überlegungen, die darauf hinauslaufen, die Bedeutung der Additivität (im Sinne von A3) herunterzuspielen. Er bedient sich dabei einer Analogie zu

---

[27] Ebenda S. 13. Die Symbole sind im Fall von RE und λ *im zitierten Text* (nicht in der Formel) von uns etwas vereinfacht worden.

Mengen (für die Mangels Kommensurabilität "Volumen" ein Substitut sind): "... quantities are generally not additive ... it makes no sense to add heterogeneous units."[28] Von diesem ohnehin nicht unangreifbaren Ausgangspunkt gelangt er zur Folgerung, Volumen "remain quantity measures, and adding them up is, if anything, misleading ... there is no reason to seek additivity for quantities and its absence cannot therefore be a source of concern"[29]. Wenn das so ist, dann fragt es sich natürlich, worin denn überhaupt der Reiz des Themas "Additivität" liegen soll und mit welcher Berechtigung Statistiker nicht nur das reale BIP (neben dem nominalen) berechnen, sondern auch noch die Komponenten (z.B. Verbrauch und Investitionen) aus denen es sich zusammensetzt, wo doch deren Summe bestenfalls irreführend sein soll. Mehr noch, wäre es dann nicht geradezu ein die Verwirrung auf die Spitze treiben, wenn man nicht nur eine Art der Volumenrechnung präsentiert sondern gleich zwei, eine auf der Basis von "chain indices" und eine mit "direct (benchmark) indices"?

3.2 Plädoyer für den Marshall-Edgeworth Index und Bevorzugung von absoluten Differenzen (variations)

Auf ein weiteres Element der Vorschläge Hillingers soll noch eingegangen werden. Da es weniger statistischer als mikroökonomisch wirtschaftstheoretischer Natur ist wollen wir uns jedoch kurz fassen.

Nach Hillinger kann man mit Maßen der *absoluten* Veränderung der Preise (gemessen in € oder $), den sog. "variations"[30] eine "more elegant and powerful theory" der Preisbewegung (z. B. Inflation) entwickeln. Eine einseitige Preisvariationen (PV)[31] ist beispielsweise

(7a) $\mathrm{LPV} = \sum q_0(p_t - p_0) = \mathbf{q}_0'(\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_0)$ (die Laspeyres PV) oder

(7b) $\mathrm{PPV} = \sum q_t(p_t - p_0) = \mathbf{q}_t'(\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_0)$, die PV nach Paasche.

Wenn es sich um nur ein Gut i handelt und $p_{it} > p_{i0}$ und $q_{it} < q_{i0}$, dann kann man das arithmetische Mittel der (i-ten) LPV und PPV auch (geometrisch) als consumer surplus (Konsumentenrente) deuten. Aus Sicht einer derartigen mikroökonomischen Interpretation dürften also "centered price variations" (CPV) einen gewissen Reiz haben, etwa

(7c) $\mathrm{CPV} = \tfrac{1}{2}(\mathrm{LPV} + \mathrm{PPV}) = \tfrac{1}{2}\left[\left(\mathbf{p}_t'(\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_t)\right) - \left(\mathbf{p}_0'(\mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_t)\right)\right] = \tfrac{1}{2}[A - B]$.

Man erkennt unschwer die Elemente des Preisindexes nach Marshall und Edgeworth (ME-Index), denn nach Gl. 5a ist $P_{0t}^{ME} = A/B$. Von dieser Bezugnahme auf die mikroökonomische Theorie zu unterscheiden ist die (nicht wenig selbstbewusste) Behauptung Hillingers "Using ... centred variations I was able to solve a hitherto unsolved problem: that of constructing chained quantity indices which are additively consistent"[32], die wir nachgerade in keiner Weise nachvollziehen können[33]. Es ist nicht nur nicht klar, was den Ansatz die Fähigkeit verlei-

---

[28] Diese für die weitere Überlegung wichtige Prämisse ist schon angreifbar. Es ist keineswegs so, dass Mengen ganz allgemein nicht aggregierbar sind. Andererseits können sie aber auch bei gleicher Maßeinheit nicht sinnvoll addierbar sein (1 ltr. Milch und 1 ltr. Dioxin sind nicht einfach 2 ltr.).

[29] Hillinger a. a. O., S. 16.

[30] Variationen werden bevorzugt, weil sie addiert werden können, was für Indizes nicht gilt.

[31] Analog sind quantity variations (LQV und PQV) definiert.

[32] Claude Hillinger, Money Metric, Consumer Surplus and Welfare Measurement, in German Economic Review Bd. 2 (2001), S. 177 -193 (184). In diesem Aufsatz vertritt er auch die Auffassung, dass die Betrachtung von Preis- und Mengenvariationen die Theorie und Praxis der Preisindex sowie die Wohlfahrtsmessung revolutionieren wird und damit auch helfen wird, Probleme mit der "ökonomischen Theorie" zu lösen.

[33] Hinzu kommt, dass die in dem ansonsten hier wiederholt zitierten Aufsatz (Hillinger, Consistent aggregation and chaining, a. a. O.) entwickelte Idee zu einem angeblich additiven Kettenindex im gleichen Heft der Zeitschrift von einigen Autoren nicht wenig kritisiert worden ist. Es heißt dort u. a. "A serious difficulty with this system is that the level of subaggregate k need not be positive, even if all of its components and their prices are

hen sollte Additivität im Sinne von A3 zu ermöglichen, noch was den ME-Kettenindex ($\overline{P}_{0t}^{MEC}$) den im SNA und in den USA (vom BEA) bevorzugen Fisher Kettenindex $\overline{P}_{0t}^{FC}$ überlegen machen soll. Man überlege nur einmal, was eine Folge von Volumen, die durch Deflationierung der Werte Σp_1q_1, Σp_2q_2, Σp_3q_3, ... mit $\overline{P}_{0t}^{MEC}$ gewonnen ist, wirklich aussagt. Es gilt dann für die Volumen V_1, V_2, V_3, ... in Periode 1, 2, ... "in Preisen von 0":

$$\text{(8a)} \quad V_1 = \sum p_1q_1 \frac{\sum p_0(q_0+q_1)}{\sum p_1(q_0+q_1)}, \qquad \text{(8b)} \quad V_2 = \sum p_2q_2 \frac{\sum p_0(q_0+q_1)}{\sum p_1(q_0+q_1)} \frac{\sum p_1(q_1+q_2)}{\sum p_2(q_1+q_2)}$$

$$\text{(8c)} \quad V_3 = \sum p_3q_3 \frac{\sum p_0(q_0+q_1)}{\sum p_1(q_0+q_1)} \frac{\sum p_1(q_1+q_2)}{\sum p_2(q_1+q_2)} \frac{\sum p_2(q_2+q_3)}{\sum p_3(q_2+q_3)}, \text{ usw.}$$

Es ist schwer zu erkennen, was daran besser sein soll als an der entsprechenden Folge von herkömmlich mit einem direkten Paasche Preisindex gewonnen Volumina, die einfach lauten Σp_0q_1, Σp_0q_2, Σp_0q_3, ... (oder auch an Ergebnissen mit dem Fisher Kettenindex).[34]

4. Weitere Probleme bei der Deflationierung mit Kettenindizes

Abschließend soll kurz darauf hingewiesen werden, dass Nichtadditivität nicht das einzige Problem ist, das Kettenindizes einem Gesamtrechner bei seinen Bemühungen um Deflationierung bereiten. Die Berechtigung, in einem solchen Fall noch von "konstanten Preisen" (eines Basisjahres) zu sprechen ist bereits im SNA in Zweifel gezogen worden. Von den zahlreichen Problemen der Interpretation[35] soll hier nur eines erwähnt werden: die mit Kettenindizes gewonnen Volumen sind nicht proportional in den Mengen[36], was eine Folge der bekannten "Pfadabhängigkeit" ist. Proportionalität bedeutet: Gilt für alle i = 1, ..., n Waren, dass $q_{it} = \lambda q_{i0}$, dann sollte auch für das Volumen V_t im Vergleich zu V_0 gelten $V_t = \lambda V_0$. Das erscheint vernünftig, weil Volumen ja die Rolle von "aggregierten Mengen" übernehmen sollen. Identität ist der Spezialfall $\lambda = 1$ der Proportionalität. Sind alle Mengen in 0 und t gleich, dann sollte auch das Volumen gleich sein (wenn sich die Mengen nicht verändert haben, gibt es keinen Grund, warum das Volumen sich verändert haben sollte). Das ist jedoch bei einem Kettenindex i. d. R. nicht der Fall, wie das folgende Zahlenbeispiel zeigt:

Gut	p_0	q_0	p_1	q_1	p_2	q_2	p_3	q_3
A	30	5	40	3	50	2	45	5
B	10	15	5	20	10	13	15	15

Durch Schattierung ist hervorgehoben worden: die Mengen sind in 0 und 3 genau gleich. Das Volumen in 3 sollte demnach genauso groß sein wie zum Ausgangspunkt also $V_3 = \Sigma p_0q_0 = 300$. Für die Folge der Volumina erhält man jedoch die Werte der Tab. 1. Wie man sieht erfüllt keine einzige Kettenindexformel die Proportionalität in den Mengen. Es bestätigt sich[37], dass die Deflationierung mit $\overline{P}_{0t}^{MEC}$ nicht sehr verschieden ist von der mit . Das Volumen V3

positive" C. Ehemann, A. J. Katz B. R. Moulton, The chain-additivity issue and the US national economic accounts, Journal of Economic and Social Measurement, Vol. 28 (2002), pp. 37 - 49 (44).

[34] Die Ähnlichkeit der Volumen, die bei konkreten Daten mit einem (pseudo-superlativen) ME- und einem (superlativen) Fisher Kettenindex gewonnen wurden, ist auch Ehemann, Katz und Moulton a. a. O. aufgefallen.

[35] Vgl. die ausführliche Darstellung in v. d. Lippe, Chain Indices, a. a. O.

[36] Das ist zu unterscheiden vom Problem der Additivität (im Sinne von A3). Ein *direkter* Fisher Preisindex als Deflator generiert Volumen, die nicht additiv sind, erfüllt aber sehr wohl die Proportionalität. Bedient man sich dagegen eines Fisher *Ketten* Preisindexes bei der Deflationierung, dann ist beides (Additivität und Proportionalität) nicht erfüllt.

[37] vgl. Ehemann, Katz und Moulton a. a. O.

kann kleiner, oder aber auch größer als 300 sein, was es eigentlich angesichts der Mengen sein sollte, je nachdem ob der Preisindex größer als 150% ($\overline{P}_{0t}^{LC}$ = 1,807[38]) oder kleiner als 150% ist ($\overline{P}_{0t}^{PC}$ = 1,354). Kein direkter Preisindex verletzt die Proportionalität in den Preisen. Weil für beide Waren gilt $p_{i3} = 1{,}5p_{i0}$ ist einheitlich $P_{0t}^{P} = P_{0t}^{ME} = P_{0t}^{F} = 1{,}5$ und es deshalb nicht überraschend, dass in allen drei Fällen $V_3 = 300$ ist.

Tabelle 1: Deflationierung mit alternativen Deflatoren (Zahlenbeispiel)

Deflator		V1	V2	V3
direkt Paasche	P_{0t}^{P}	290,00	190,00	300,00
direkt ME	P_{0t}^{ME}	262,22	178,89	300,00
direkt Fisher	P_{0t}^{F}	263,82	181,04	300,00
Ketten Paasche	$\overline{P}_{0t}^{PC}$	290,00	191,14	332,40
Ketten ME	$\overline{P}_{0t}^{MEC}$	262,22	172,52	289,32
Ketten Fisher	$\overline{P}_{0t}^{FC}$	263,82	173,62	287,71

Es ist also nicht die kompliziert erscheinende Folge von "Volumen" nach Gl. 8a bis 8c, bei der neben Preisen und Mengen von 0 und t zahlreiche weitere Einflussfaktoren eine Rolle spielen, und es ist auch nicht nur die Nicht-Additivität, was Fragen der Interpretation aufwerfen mag, bei Deflationierung mit Kettenindizes ist es auch nicht auszuschließen, dass sich Volumen und Mengen sehr unterschiedlich entwickeln können.

[38] in diesem Fall ist V_3 = 287,72 statt 300.